

# THÈSE

Présenté à

L'U.F.R DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE  
L'UNIVERSITE DE FRANCHE -COMTE

Pour obtenir le

**GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE  
FRANCHE-COMTE**

**Spécialité Sciences pour l'Ingénieur et Microtechniques**

CONTRIBUTION À LA CONCEPTION D'UN  
MICRCONVERTISSEUR D'ÉNERGIE MÉCANIQUE  
VIBRATOIRE EN ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

Par

**Hichem NOUIRA**

Soutenue le 03 Avril 2008 devant le jury d'examen :

Rapporteurs :	R. DUFOUR	Professeur, INSA de Lyon (Président)
	S. BASROUR	Professeur, Joseph Fourier de Grenoble
Examineur :	F. COSTA	Professeur, IUFM de Créteil
Directeur de thèse :	S. BALLANDRAS	Directeur de recherche, Institut FEMTO-ST de Besançon
Co-directeurs de thèse :	L.HIRSINGER	Chargé de recherche CNRS, Institut FEMTO-ST de Besançon
	E. FOLTÊTE	Maître de conférences, Université de Franche-Comté

# **CONTRIBUTION A LA CONCEPTION D'UN MICROCONVERTISSEUR D'ENERGIE MECANIQUE VIBRATOIRE EN ENERGIE ELECTRIQUE**

## **RESUME**

Avec l'expansion du marché des appareils électroniques portables et la diminution conjointe de leurs consommations en termes d'énergie, l'idée de convertir l'énergie vibratoire, existant en grande quantité dans notre environnement quotidien, en énergie électrique suscite un regain d'intérêt.

Dans ce contexte, nous avons mené une vaste étude dont la finalité vise à la conception d'une génératrice piézoélectrique de courant destinée à alimenter des systèmes comme les capteurs qui existent généralement en grand nombre dans notre entourage. Dans certains endroits, l'accès à ces capteurs s'avère compliqué en fonction de leur position. Ceci rend la manipulation de changement des piles d'alimentation un peu délicate, sans oublier que ces piles électriques sont très polluantes pour l'environnement. La puissance d'alimentation visée par cette étude se limite à quelques  $\mu W$ . Les matériaux susceptibles d'être utilisés varient entre le quartz, le niobate de lithium et les céramiques en PZT, fonctionnant en déformation longitudinale (compression ou traction) sous l'effet de sollicitations mécaniques de haute fréquence (régime dynamique). La génératrice de courant est constituée de trois parties : le dispositif mécanique d'application de la contrainte, le système piézoélectrique et le système de récupération.

Vu que le but de ce travail de recherche est la conception d'une microgénératrice de courant efficace, fondée sur la récupération de l'énergie mécanique vibratoire, il est judicieux de minimiser les pertes d'énergie quelles que soient leurs natures. Dans cette logique, une étude de l'effet de l'air libre sur la dynamique d'une structure encastrée-libre en quartz, en silicium et en niobate de lithium est réalisée selon deux protocoles expérimentaux en dynamique. Les essais sont effectués en jouant d'une part sur le niveau d'excitation (excitation aléatoire et lâcher dynamique) et de l'autre sur le niveau de pression qui entoure la structure vibrante entre le vide primaire et la pression atmosphérique. Les résultats expérimentaux sont confrontés avec succès avec le modèle théorique de Hosaka (structure en silicium). Cependant, l'énergie dissipée due à ce phénomène est secondaire par rapport à celle dissipée par le phénomène du microglissement qui, d'après l'expérience, présente la première source de perte d'énergie dans le cas des petites structures. Afin de quantifier les pertes dues au phénomène de microglissement, une modélisation par éléments finis a été menée en utilisant la loi de Coulomb régularisée comme loi de frottement.

D'autre part, une étude en dynamique sur des structures collées avec une couche polymère (en l'occurrence de la SU8) de  $5 \mu m$ , de  $1 \mu m$  et avec de l'or compressé en utilisant un appareil de collage anodique est effectuée sous vide secondaire (essai de lâcher dynamique).

L'ensemble des expériences a permis de fixer l'architecture du microconvertisseur et déterminer l'assemblage le plus favorable à notre application.

Ensuite, nous avons étudié le transfert de l'énergie vibratoire à partir des chocs. Dans ce cadre, une étude, par calcul numérique, des chocs sur un système discret d'un seul degré de liberté (1ddl) et avec différentes formes de force d'excitation est accomplie. Cette étude est validée expérimentalement, puis étendue à un système à 2ddl. Dans les cas considérés, on a déterminé les spectres en réponse et les énergies potentielles et cinétiques en fonction des paramètres d'excitation afin de déterminer les configurations optimales de conversion. Enfin, un modèle théorique est mis au point afin de reproduire au mieux la microgénératrice dans l'optique de l'estimation de la puissance générée sous l'effet d'une contrainte mécanique de forme, d'amplitude et de fréquence données.

### **Mots clés**

Analyse modale, Effet de rayonnement de l'air, Microglissement, Energie dissipée, Choc mécanique, Génératrice piézoélectrique.

## SOMMAIRE

<b>REMRECIEMENTS</b>	<b>1 -</b>
<b>ACRONYMES</b>	<b>2 -</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>3 -</b>
<b>CHAPITRE I : GENERATION DE L'ENERGIE A TRAVERS DES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES – ETAT DE L'ART</b>	<b>7 -</b>
1. GENERALITES SUR LA PIEZOELECTRICITE	7 -
1.1. Historique et définition de la piézoélectricité	7 -
1.2. Origine cristallographique de la piézoélectricité	8 -
1.3. Matériaux piézoélectriques	9 -
2. PROPRIETES DE LA PIEZOELECTRICITE	13 -
2.1. Equations constitutives de la piézoélectricité	13 -
2.2. Coefficients caractéristiques de la piézoélectricité	15 -
3. RECUPERATION DE L'ENERGIE : ETAT DE L'ART	20 -
3.1. Récupération de l'énergie chimique	20 -
3.2. Récupération de l'énergie de rayonnement électromagnétique	20 -
3.3. Récupération de l'énergie par effet thermoélectrique	21 -
3.4. Généralité sur la conversion d'énergie mécanoélectrique	22 -
4. CHOIX DE L'ARCHITECTURE DU MICROCONVERTISSEUR DE DEPART	37 -
5. SYNTHESE ET CONCLUSION	39 -
<b>CHAPITRE II : ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE NON LINEAIRE DE PETITES STRUCTURES ATTACHEES : INVESTIGATION DES EFFETS DE L'AIR AMBIANT ET DU MICROGLISSEMENT SUR SON AMORTISSEMENT ET SES FREQUENCES PROPRES</b>	<b>42 -</b>
<b>A. INTRODUCTION</b>	<b>42 -</b>
1. ORIGINE DES PERTES D'ENERGIE MECANIQUE D'UNE STRUCTURE	43 -
2. AMORTISSEMENT INTERNE A LA STRUCTURE	44 -
3. MICROGLISSEMENT A L'ENCASTREMENT DE LA STRUCTURE	45 -
4. INTERACTION ENTRE FLUIDE ET STRUCTURE	45 -
<b>B. DISPOSITIF EXPERIMENTAL SOUS PRESSION D'AIR CONTROLEE</b>	<b>50 -</b>
1. DESCRIPTION DU MONTAGE DE CARACTERISATION SOUS PRESSION D'AIR CONTROLE	50 -
2. PRESENTATION DES MATERIAUX CONSTITUANT LA STRUCTURE DU MICROCONVERTISSEUR ETUDIEE	51 -
3. PRESENTATION DE LA TECHNIQUE DE CARACTERISATION ET QUALIFICATION DE L'EXPERIENCE	52 -
<b>C. CARACTERISATION ET MODELISATION DE L'INFLUENCE DE L'AIR AMBIANT</b>	<b>55 -</b>
1. CARACTERISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE NON LINEAIRE PAR TECHNIQUES CLASSIQUES (EXCITATION PAR UN BRUIT BLANC)	55 -
1.1. Effet de la pression de l'air ambiant sur une structure en quartz	55 -
1.2. Effet de la pression de l'air ambiant sur une structure en niobate de lithium	57 -
1.3. Effet de la pression de l'air ambiant sur une structure en silicium	58 -
1.3. Analyse et discussion	58 -
2. CARACTERISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE NON LINEAIRE A PARTIR D'UN LACHER DYNAMIQUE ET D'UNE ANALYSE EN ONDELETTES	60 -
2.1. Introduction	60 -
2.2. Description de l'analyse en Ondelettes à partir d'une expérience de lâcher dynamique	60 -
2.3. Exemples d'identification expérimentale des paramètres modaux équivalents	62 -
3. MODELISATION DE L'AMORTISSEMENT VISQUEUX DU A LA PRESENCE D'AIR AMBIANT : APPLICATION A LA STRUCTURE EN SILICIUM	68 -
3.1. Amortissement dû à l'interaction entre air confiné et structure	68 -
3.2. Amortissement dû à l'interaction entre air libre et structure	70 -
3.3. Confrontation entre expérience et modèle	72 -
3.4. Discussion et conclusion intermédiaire	73 -
<b>D. ETUDE ET MODELISATION DU MICROGLISSEMENT ENTRE LES MATERIAUX EN CONTACT : POUTRE EN QUARTZ</b>	<b>74 -</b>
1. PHENOMENE DE MICROGLISSEMENT DANS LES LIAISONS MECANIQUES	74 -
2. DIFFERENTES MODELISATIONS DU FROTTEMENT ENTRE SOLIDES	75 -

2.1. Modèles statiques de frottement	- 76 -
2.2. Modèles dynamiques de frottement	- 77 -
3. SIMULATION NUMERIQUE DU MICROGLISSEMENT A L'ENCASTREMENT	- 83 -
3.1. Mise en œuvre numérique du modèle de frottement de Coulomb régularisé	- 83 -
3.2. Analyse des paramètres	- 85 -
3.3. Etude de la sensibilité aux paramètres $K_t$ et $\mu$	- 86 -
4. IDENTIFICATION DES PARAMETRES DU MODELE PAR RECALAGE AVEC L'EXPERIENCE	- 88 -
4.1. Recalage des paramètres de la loi de Coulomb régularisée	- 89 -
4.2. Identification des paramètres $K_t$ et $\mu$ par recalage	- 90 -
5. CONCLUSION INTERMEDIAIRE	- 91 -
<b>E. INVESTIGATION EXPERIMENTALE DE L'EFFET DE L'AIR SUR LA DYNAMIQUE DE PETITES STRUCTURES COLLEES</b>	<b>- 93 -</b>
1. INTRODUCTION	- 93 -
2. PRESENTATION DES TROIS DIFFERENTES STRUCTURES COLLEES	- 93 -
3. DESCRIPTION DE L'EXPERIENCE DE CARACTERISATION SOUS PRESSION D'AIR CONTROLE ET PREMIER RESULTAT DE CARACTERISATION	- 98 -
3.1. Dimensionnement du support d'encastrement des structures collées	- 98 -
3.2. Description du dispositif de caractérisation sous vide secondaire	- 99 -
3.3. Validation du nouveau dispositif de caractérisation expérimental	- 100 -
4. CARACTERISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE NON LINEAIRE A PARTIR D'UN LACHER DYNAMIQUE ET D'UNE ANALYSE EN ONDELETTE	- 101 -
4.1. Identification des paramètres modaux équivalents d'une poutre collée avec de l'or	- 101 -
4.2. Identification des paramètres modaux équivalent d'une poutre collée avec la résine époxy SU8 de 5 $\mu\text{m}$ d'épaisseur	- 102 -
4.3. Identification des paramètres modaux équivalent d'une poutre collée par la résine SU8 de $\mu\text{m}$ d'épaisseur	- 103 -
5. SYNTHESES ET DISCUSSIONS DE LA PARTIE E	- 104 -
<b>F. CONCLUSION</b>	<b>- 107 -</b>
<b>CHAPITRE III : ETUDE DE L'EXCITATION DU MICROCONVERTISSEUR PAR DES CHOCS MECANQUES</b>	<b>- 110 -</b>
1. INTRODUCTION	- 110 -
2. ARCHITECTURE DU MICROCONVERTISSEUR	- 110 -
3. MODELISATION DU MICROCONVERTISSEUR	- 111 -
3.1. Définition du choc	- 112 -
3.2. Simulation numérique des chocs appliqués à la structure	- 112 -
4. ETUDE EXPERIMENTALE DES CHOCS	- 118 -
4.1. Présentation de l'expérience	- 118 -
4.2. Identification des paramètres équivalents	- 119 -
4.3. Décomposition du signal	- 121 -
4.4. Résultats expérimentaux et numériques	- 122 -
4.5. Conclusion intermédiaire	- 127 -
5. INFLUENCE DE LA SUCCESSION DE DEUX CHOCS	- 128 -
6. INFLUENCE DE LA PIEZOELECTRICITE SUR LES SPECTRES EN REPONSES ET EN ENERGIES	- 130 -
7. INFLUENCE DE LA CONNEXION DU MICROCONVERTISSEUR AVEC UN CONDENSATEUR SUR LES SPECTRES EN REPONSES ET EN ENERGIES	- 132 -
8. INFLUENCE DE LA CONNEXION DU MICROCONVERTISSEUR AVEC UNE RESISTANCE	- 133 -
9. INFLUENCE DE L'ENCASTREMENT : SYSTEME A 2DDL	- 136 -
10. MODELISATION ANALYTIQUE DU MICROCONVERTISSEUR	- 140 -
10.1. Introduction	- 141 -
10.2. Modélisation du microconvertisseur : régime dynamique	- 141 -
10.3. Approche classique	- 145 -
11. DISCUSSION ET CONCLUSION	- 147 -
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>- 150 -</b>



## REMERCIEMENTS

A la fin de cette thèse, je tiens à remercier chaleureusement M. Sylvain BALLANDRAS, M. Laurent HIRSINGER et M. Emmanuel FOLTÊTE pour la qualité de leurs encadrements durant les trois années de thèse. Je suis également sincèrement reconnaissant pour leurs disponibilités, leurs gentillesse ainsi que les conseils remarquables qui étaient nécessaires pour le bon déroulement de mes travaux de recherche et à le valoriser.

Je souhaite remercier M. Régis DUFOUR d'avoir accepté de présider et rapporter mon travail de thèse et pour ces remarques judicieuses concernant ce manuscrit. Mes remerciements s'adressent aussi à M. Skandar BASROUR d'avoir accepté de rapporter ce travail de thèse et à M. François COSTA d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Un grand merci à tous mes collègues de travail, dont la bonne humeur et la sympathie ont énormément compté. Une pensée particulière à Petr DAVID et Antonio MARCOS GONCALVES DE LIMA, qui ont supporté mes états d'âme et ont toujours trouvé les mots justes dans les moments de doute.

Enfin, j'adresse mon dernier remerciement, mais non le moindre, à toute ma famille sans exception « mes parents, sœurs et frères » et à toutes les personnes les plus chères pour moi, en particulier « Rim DAKHLAOUI et Sonia DHOKKAR » pour leurs indispensables soutiens, leurs aides et leurs patiences.

*A tous ceux qui comptent pour moi...*

## ACRONYMES

<b>AC</b>	: Amplificateur de charge
<b>ACI</b>	: Action Concertée Initiative
<b>AlN</b>	: Nitrure d'aluminium
<b>AP</b>	: Amplificateur de puissance
<b>DC</b>	: Courant direct ou continu
<b>DS</b>	: Demi-sinus
<b>TR</b>	: Triangle
<b>DDL</b>	: Degré de liberté
<b>DMA</b>	: Dispositif mécanique d'application
<b>DSP</b>	: Digital Signal Processing system
<b>FFT</b>	: Transformée de Fourier rapide
<b>FRF</b>	: Fonction de réponse en fréquence
<b>MEB</b>	: Microscope électronique à balayage
<b>MEMS</b>	: Micro-Electro-Mechanical Systems
<b>OS</b>	: Oscilloscope
<b>PO</b>	: Pompe
<b>PA</b>	: Pression atmosphérique (pression de 1 <i>bar</i> )
<b>PC</b>	: Ordinateur
<b>PV</b>	: Pot vibrant
<b>PZT</b>	: Titano-Zirconate de Plomb
<b>RMS</b>	: Root Means Square
<b>SigLab</b>	: Chaîne d'acquisition multichannel
<b>SSDI</b>	: Synchronized Switch Damping on Inductor
<b>SSHC</b>	: Synchronized Switch Harvesting on Capacitor.
<b>SSHI</b>	: Synchronized Switch Harvesting on Inductor.
<b>SP</b>	: Système piézoélectrique
<b>SR</b>	: Système de récupération
<b>TO</b>	: Transformée en ondelettes
<b>VIBES</b>	: Vibration Energy Scavenging.
<b>VL</b>	: Vibromètre laser
<b>VP</b>	: Vide primaire (pression de $2,5 \times 10^{-2}$ <i>mbar</i> )
<b>VS</b>	: Vide secondaire (pression de $5 \times 10^{-6}$ <i>mbar</i> )



## INTRODUCTION GENERALE

Le marché des appareils électroniques portables connaît une croissance exceptionnelle depuis ces dix dernières années. En même temps que leurs dimensions, leurs consommations n'ont cessé de diminuer, même s'ils réalisent un nombre de plus en plus grand de fonctions. Cette tendance fait ressurgir la question de leur autonomie énergétique. En effet, les accumulateurs, dont le marché n'a pas suivi une évolution aussi rapide, présentent les inconvénients d'une durée de vie limitée, d'un coût élevé et d'une pollution importante pour l'environnement.

Dans ce contexte, les énergies renouvelables suscitent un fort intérêt. L'énergie solaire, utilisée depuis des années pour les calculatrices, permet désormais d'alimenter des ordinateurs portables, au moyen de panneaux photovoltaïques de la taille du clavier. Le corps humain est lui-même source d'énergie sous formes diverses : la chaleur, la respiration, les mouvements, etc. En particulier, certains mouvements des mains ou des pieds peuvent générer une puissance supérieure à 5 *W*. Même si uniquement une partie de cette puissance peut être récupérée, elle suffirait à alimenter des appareils dont la consommation est comprise entre 100  $\mu W$  et 100 *mW*.

Les dynamos de bicyclette et les montres à énergie cinétique sont les premiers exemples de récupération d'énergie mécanique portable, qui utilisent des convertisseurs électromagnétiques. Depuis les années quatre-vingts, l'amélioration de la qualité des matériaux piézoélectriques ne cesse de progresser, ce qui a étendu le champ d'application de ces systèmes de récupération d'énergie mécanique (capteurs, actionneurs, transducteurs ultrasonores...). Cependant, la recherche sur les générateurs piézoélectriques portables est en pleine émergence.

Cette thèse s'est déroulée dans le cadre du projet européen VIBES (VIBration Energy Scavenging FP6 IST-1-STREP-507911) et l'ACI micro-énergie (Action Concertée Initiative). Les partenaires académiques étaient : l'UoS (University of Southampton), l'Institut Tyndall, le laboratoire TIMA (Techniques de l'Informatique et de la Microélectronique pour l'Architecture d'ordinateurs : Université Joseph Fourier) et L'EPFL (Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne) et les partenaires industriels étaient : Philips, 01dB Metravib et MEMSCAP. Ce projet vise à récupérer l'énergie mécanique vibratoire de l'environnement pour alimenter des capteurs mis en réseau. L'objectif était de réaliser un système autonome (piézoélectrique ou électromagnétique) d'un volume de 100  $mm^3$ . Pour cela, différentes études théoriques, numériques et expérimentales ont été menées afin de renforcer le choix de l'architecture de la microgénératrice.

Le présent mémoire est divisé en trois parties :

Le premier chapitre est consacré au contexte scientifique et technologique de la génération nomade d'énergie électrique à l'aide de matériaux piézoélectriques. Tout d'abord, nous rappellerons les principes fondamentaux de la piézoélectricité et les propriétés des divers matériaux existants. Puis, à travers des exemples de réalisations et publications récentes, nous mettons en évidence le schéma structurel d'une microgénératrice piézoélectrique avec les différentes études nécessaires pour aboutir au meilleur rendement énergétique. Les deux chapitres suivants concernent l'étude du microglissement, les pertes induites par la présence de l'air ambiant, le transfert d'énergie par choc et la modélisation théorique de la microgénératrice.

Dans le cadre de la conception de la génératrice fonctionnant en régime dynamique et exploitant l'énergie vibratoire existant en grande quantité dans notre milieu quotidien, une architecture de base de la génératrice a été étudiée. Il s'agit d'une poutre de silicium dont un côté est pris en sandwich entre quatre matériaux piézoélectriques (formant une sorte d'appui) et l'autre côté est libre. L'assemblage est effectué par quatre vis pour cette architecture. Afin d'assurer le bon rendement de la génératrice, les pertes d'énergie, quelles que soient leurs origines, doivent être minimales.

Avant de passer à la mise en œuvre de cette architecture, une étude expérimentale de l'effet de l'air ambiant et du microglissement dans le cas des petites structures bridées (de l'ordre de quelques millimètres) est effectuée et présentée dans le deuxième chapitre selon deux différentes méthodes. La première méthode est fondée sur une excitation avec un signal de base en accélération (bruit blanc) de la structure suivie d'une identification des paramètres modaux (fréquences propres et amortissement modal) en utilisant une technique de lissage linéaire. La deuxième méthode est nouvelle en son genre. Elle repose sur les essais de lâcher dynamique. Afin d'interpréter les résultats expérimentaux, on a fait appel à la technique de la transformée en ondelettes fondée sur la fonction mère de Morlet modifiée dans le but d'identifier les paramètres modaux équivalents. En effet, les résultats expérimentaux révèlent que les pertes liées à ce type d'assemblage (structures bridées) sont relativement élevées (microglissement). Ceci est validé dans la seconde partie de ce chapitre par une modélisation par éléments finis en employant la loi de Coulomb régularisée.

Dans la troisième partie, une étude en régime dynamique de structures assemblées par collage par résine époxy SU8 (couches d'épaisseurs 5 et 1  $\mu m$ ) et par compression d'or est réalisée expérimentalement. Le collage est accompli par l'intermédiaire d'un appareil de collage plaque à plaque. Cette étude montre une baisse de l'amortissement (ou énergie dissipée) à l'encastrement en fonction de l'amplitude de vibration. En conclusion, un changement de l'assemblage et donc de l'architecture est envisagé. La nouvelle architecture repose ainsi sur l'utilisation d'une poutre de silicium encastrée sur deux appuis en matériaux piézoélectriques par une résine époxy SU8.

Dans le troisième chapitre, l'étude du transfert de l'énergie à travers des chocs mécaniques sur la structure assemblée est présentée. Le calcul est effectué dans un premier temps avec un oscillateur à 1ddl, pour différentes valeurs de l'amortissement. La modélisation de chacun des spectres en réponses et en énergies (de déformations et cinétiques), primaires et résiduels (positifs et négatifs), est réalisée avec deux formes de signaux représentant un choc mécanique (demi-sinus, triangulaire). Les résultats sont illustrés en fonction du ratio entre la durée du choc et la période propre de la structure. Une expérience destinée à la réalisation des essais de chocs est établie également sur une poutre encastrée-libre. Les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats issus de la modélisation afin de déterminer l'excitation la plus représentative de la réalité en vue des calculs menés par la suite. D'autre part, une étude de succession de chocs est réalisée sur les systèmes à 1ddl. L'influence d'une connexion avec une résistance électrique, sur les spectres en réponse et en énergies potentielles et cinétiques, lors des essais de chocs mécaniques est également évoquée et discutée. Afin de prendre en compte de l'effet d'encastrement, le microconvertisseur est modélisé par un système discret à 2ddl.

Une dernière partie propose une modélisation analytique du microconvertisseur fondée d'une part sur la dynamique des poutres élancées et d'autre part sur la piézoélectricité. Ce modèle permet de mettre en évidence les caractéristiques de fonctionnement de la microgénératrice de courant et d'estimer la puissance générée sous l'effet d'une contrainte mécanique de forme, d'amplitude et de fréquence données. Le système est chargé par une résistance qui simule la consommation de l'énergie produite en la dissipant principalement sous forme thermique. La valeur de cette charge joue ainsi un rôle prépondérant dans l'optimisation du système complet. D'autre part, cette étude est menée sur plusieurs modes de flexion et l'influence des différents modes sur l'énergie récupérable est analysée et discutée. Pour terminer, nous proposons une conclusion générale et des suggestions de perspectives à ce travail.

# CHAPITRE I

## GENERATION DE L'ÉNERGIE A TRAVERS DES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES

### ÉTAT DE L'ART

# **CHAPITRE I : GENERATION DE L'ENERGIE A TRAVERS DES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES – ETAT DE L'ART –**

L'utilisation des matériaux électroactifs de type piézoélectriques dans les systèmes électromécaniques n'est pas nouvelle, mais elle est généralement utilisée dans les applications de type actionneur ou capteur (moteurs linéaires ou rotatifs, transducteurs acoustiques, microphone, capteurs de forces,...). En terme de génération électrique, peu d'applications ont véritablement vu le jour, si ce n'est pas pour des systèmes de polarisation sous haute tension ou des générateurs d'arc électrique. Depuis quelques années, et notamment grâce à l'amélioration de la qualité des matériaux (céramiques de type PZT), quelques groupes de recherche s'intéressent de nouveau à ce mode de conversion directe de l'énergie pour concevoir des générateurs compacts pour des applications nomades.

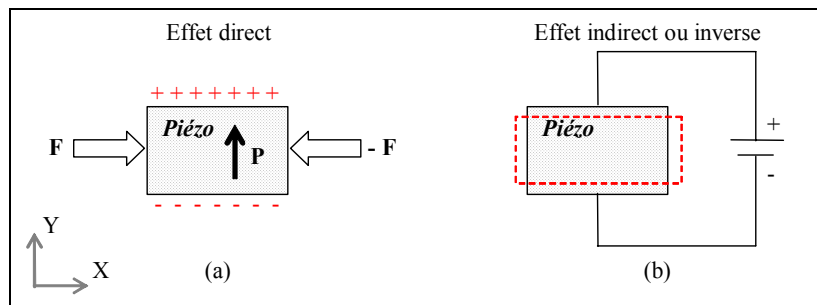
Ce premier chapitre est consacré au contexte technologique dans lequel s'inscrit cette thèse. Tout d'abord, nous rappellerons quelques généralités sur la piézoélectricité. Puis nous verrons que l'idée de récupérer l'énergie dissipée dans l'environnement humain est en plein développement. Nous décrirons ensuite les générateurs piézoélectriques mis au point ces dernières années. Cette étude bibliographique permettra de dégager le schéma de principe d'une microgénératrice piézoélectrique.

## **1. Généralités sur la piézoélectricité**

### **1.1. Historique et définition de la piézoélectricité**

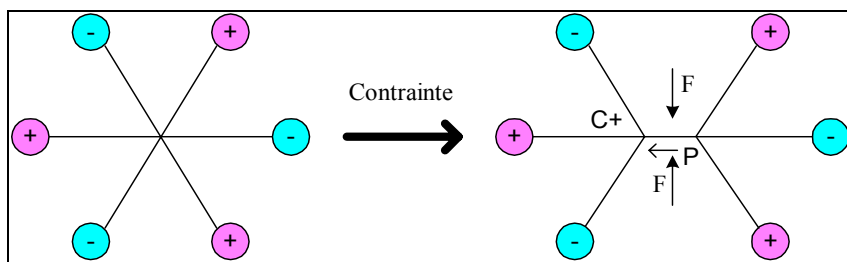
L'observation qualitative du phénomène piézoélectrique a été effectuée par un minéralogiste français, l'Abbé R. Haüy en 1817 [WS-TEC]. Cependant, c'est aux frères Pierre et Jacques Curie que l'on attribue la découverte expérimentale de l'effet direct de la piézoélectricité en 1880 [SW-WIK]. Ils travaillaient initialement sur la relation entre structure cristalline et pyroélectricité, qui traduit le couplage entre effets thermiques et électriques. De même, l'effet piézoélectrique traduit le couplage entre les effets mécaniques et électriques. Les frères Curie observèrent l'effet piézoélectrique direct dans un grand nombre de cristaux tels que le quartz, la tourmaline et le sel de Rochelle. A partir d'une étude systématique des propriétés de ces cristaux, ils énoncèrent des lois. L'existence de l'effet inverse fut suggérée par Lippmann l'année suivante et vérifiée par les frères Curie en 1881 [SW-WIK]. Piézo signifie en Grec serrer ou presser. Certains matériaux ont la propriété de se polariser sous l'effet d'une contrainte mécanique : c'est l'effet piézoélectrique direct (*Fig. 1.1a*). Cette polarisation **P** est proportionnelle à la contrainte **F** comme elle change de signe avec elle. L'effet piézoélectrique est réversible :

ces mêmes matériaux se déforment sous l'effet d'une polarisation électrique, résultant de l'application d'un champ électrique : effet inverse (*Fig. 1.1b*).



*Fig. 1.1 – Illustration de l'effet piézoélectrique direct et inverse*

L'effet piézoélectrique ne peut s'observer que dans certains corps non-conducteurs, possédant une anisotropie cristalline. Ainsi, le déplacement des charges a lieu dans une direction privilégiée sous les efforts de traction ou de compression. Cet axe de polarisation résulte de la création de dipôles à l'échelle cristalline, par séparation du barycentre des charges positives et négatives, sous l'effet de la déformation (*Fig. 1.2*).



*Fig. 1.2 – Représentation schématique de la polarisation à l'échelle cristalline*

En réalité, les grandeurs mécaniques, électriques et thermiques sont thermodynamiquement couplées. Cependant, l'augmentation de la température tend à détruire l'alignement des dipôles élémentaires avec l'axe de la polarisation. À la température connue sous le nom de la température de Curie, il n'existe plus de moment diélectrique macroscopique. Cependant, quelques matériaux piézoélectriques ne présentent pas ce phénomène (exemple : la langasite  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_4$ ).

## 1.2. Origine cristallographique de la piézoélectricité

Parmi les 32 réseaux de Bravais, certains cristaux possèdent un couplage entre propriétés électriques et mécaniques au niveau de la maille cristalline [MAS 50]. Ce phénomène s'explique par le fait que la structure possède ou non un centre de symétrie (*Fig. 1.3 et 4*). En effet, un effort de compression ou de cisaillement déforme chaque maille du réseau cristallin, dissociant le barycentre des charges positives de celui des charges négatives et formant ainsi un dipôle électrique. Parmi les cristaux piézoélectriques, dix classes possèdent une polarisation spontanée

(en l'absence de champ électrique). Enfin, les cristaux ferroélectriques correspondent à un sous-groupe de matériaux pyroélectriques possédant un moment dipolaire, même en absence de champ électrique extérieur, orienté suivant un axe mobile.

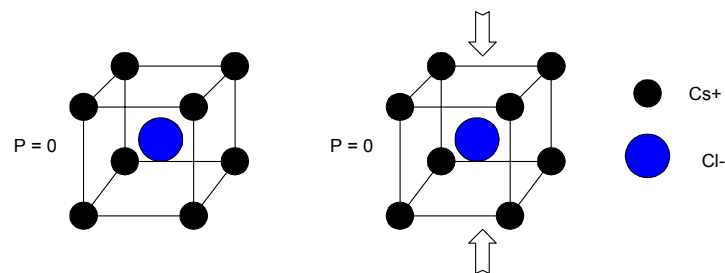


Fig. I.3 – Comportement du chlorure de césium ( $\text{CsCl}$ ) centrosymétrique

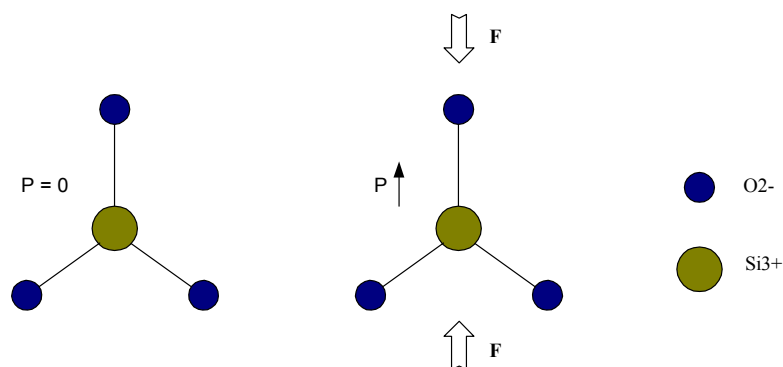


Fig. I.4 – Comportement du quartz ( $\text{SiO}_2$ ) non centrosymétrique

### 1.3. Matériaux piézoélectriques

Avant de définir des propriétés propres aux matériaux piézoélectriques, nous précisons qu'en général la structure cristalline d'un solide n'est pas unique ; elle dépend de la température. Les propriétés physiques d'un même solide peuvent varier considérablement, pourtant, sa formule chimique reste inchangée. Suivant que sa température est inférieure ou supérieure à une valeur critique, tel matériau est ou n'est pas piézoélectrique. On rappelle que parmi les 32 classes cristallines, seuls 20 autorisent la piézoélectricité. Parmi ces 20 classes dont le point commun est de ne pas posséder de centre de symétrie, 10 se prêtent à la pyroélectricité. Les cristaux de ces dix classes sont polaires, c'est à dire présentent une polarisation électrique naturelle. Cette polarisation électrique, compensée par la répartition des charges libres à l'intérieur ou sur la surface du cristal, s'observe en fonction du niveau de la température.

La répartition des matériaux ferroélectriques en deux groupes peut être établie en se rapportant à leur constitution chimique [MAS 50]. Dans le premier groupe, la ferroélectricité est attribuée à la liaison hydrogène. Dans le deuxième groupe, la ferroélectricité provient de la déformation d'une structure à base d'octaèdres d'oxygène. C'est à cette catégorie qu'appartiennent la majorité des matériaux piézoélectriques y compris le niobate de lithium, dont les propriétés varient peu en fonction de la température au voisinage des conditions usuelles (-20 et +80 °C).

### a) Monocristaux : Quartz et Niobate de lithium

La silice ( $\text{SiO}_2$ ), constituant le quartz, existe sous un aspect cristallisé dont chaque forme possède deux variables allotropiques  $\alpha$  et  $\beta$ . Le quartz  $\alpha$  (trigonal) est stable en dessous de  $573^\circ\text{C}$ , tandis que le quartz  $\beta$  (hexagonal) est stable de  $573$  à  $870^\circ\text{C}$ . Ses qualités de grande linéarité et acoustique permettent la réalisation d'excellents résonateurs et capteurs. D'autre part, le niobate de lithium appartient à la classe 3m. Ce matériau ferroélectrique contient dans sa structure des octaèdres d'oxygène (Fig. I.5), qui se décrivent à partir de l'empilement hexagonal compact des ions [MAS 50].

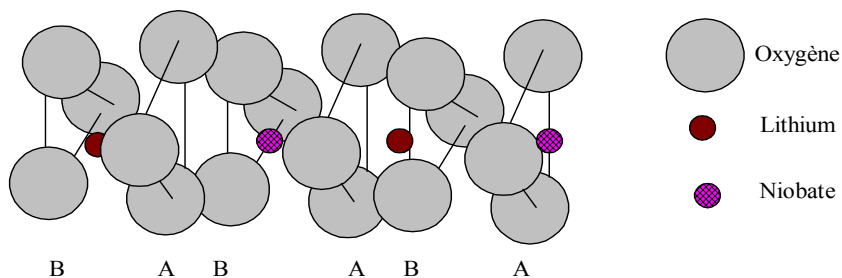


Fig. I.5 – Structure du niobate de lithium

### b) Céramiques massives

Les céramiques piézoélectriques de synthèse sont apparues dans les années quarante [PIE 01]. Elles sont alors utilisées dans les sonars. Grâce à leurs coefficients piézoélectriques bien supérieurs à ceux des cristaux, elles permettent d'étendre considérablement les applications des matériaux piézoélectriques. Les plus répandues sont les céramiques PZT, composées d'oxyde de plomb, de zirconium et de titane. La structure PZT ( $\text{Pb}(\text{Zr}_{1-y}\text{Ti}_y)\text{O}_3$ ) est de type perovskite : les atomes de plomb entourent les oxygènes et le Zirconium est central. Les céramiques piézoélectriques sont obtenues sous des formes géométriques simples (barreaux, disques, anneaux,...) par des procédés de frittage de poudres mélangées avec un liant [RIZ 99]. Leur cycle de fabrication par voie solide est illustré en Fig. I.6. La céramique simplement frittée est constituée de microcristaux élémentaires ferroélectriques, donc dotée d'une polarisation spontanée. Ces matériaux sont généralement multipolaires et peuvent réclamer un cycle de polarisation pour saturer leur moment dipolaire global [UCH 00 et VAN 74]. Cet agrégat désordonné présente un moment dipolaire faible voire nul à l'échelle macroscopique. En soumettant la céramique à un champ électrique intense, on obtient l'alignement des moments élémentaires dans la direction du champ appliqué. Cette opération est facilitée par l'élévation concomitante de la température qui favorise la mobilité des éléments de base du solide. Après cette étape de polarisation, les effets piézoélectriques sont macroscopiquement cohérents.

Pour assurer un bon usage des céramiques massives, le respect de certaines limites du champ et de la contrainte est nécessaire, sans quoi les céramiques risquent une détérioration :



- Rigidité diélectrique : la céramique possède une rigidité diélectrique qui conduit naturellement à une valeur limite de la tension appliquée.
- Champ coercitif : les céramiques présentent un cycle d'hystérésis  $P(E)$ . Celui-ci fait apparaître une valeur limite du champ coercitif (dépend fortement de la composition : exemple  $E_c = 1500 \text{ V.mm}^{-1}$ ) au-delà de laquelle le matériau se dépolarise [POU 04].
- Contrainte maximale admissible : les céramiques supportent des valeurs élevées de contraintes. Cependant, elles résistent moins bien aux chocs.
- Déformation relative maximale : une déformation supérieure à  $3 \times 10^{-4}$  peut causer l'endommagement puis la rupture de la céramique. De plus, les matériaux céramiques supportent moins la dilatation que la compression. C'est pourquoi une précontrainte leur est souvent appliquée en cas de sollicitation alternative.
- Echauffement : lors du fonctionnement à haute fréquence, les pertes diélectriques et mécaniques produisent un échauffement de la structure. Afin d'éviter tout risque de dépolarisation, il est conseillé de ne pas dépasser la moitié de la température de Curie.

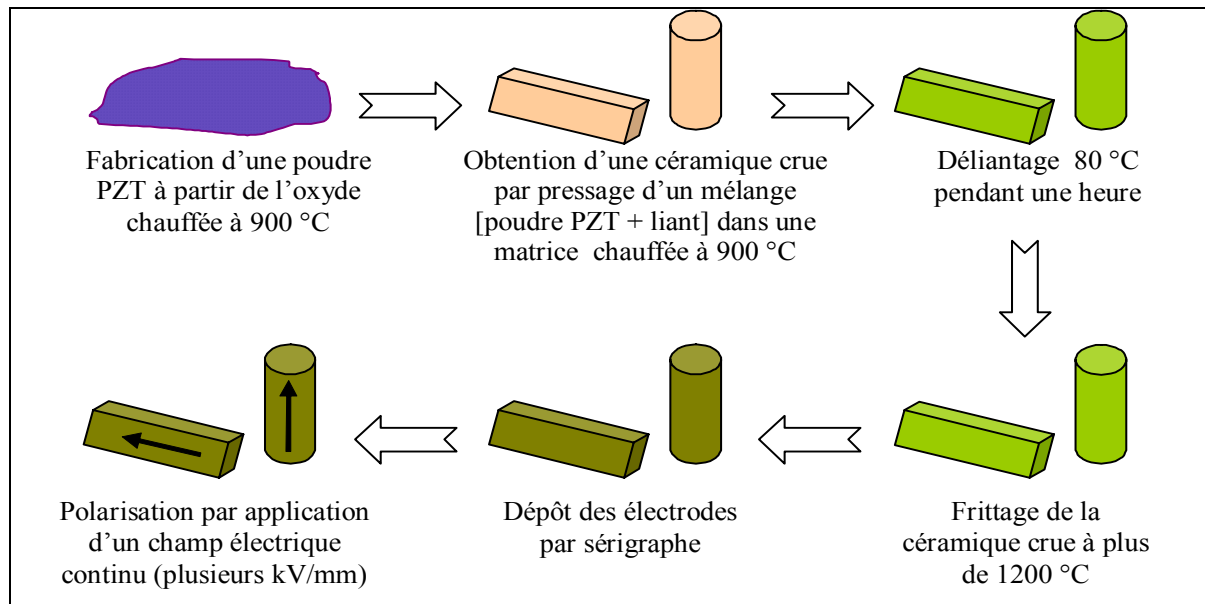


Fig. I.6 – Cycle de fabrication des céramiques PZT par voie solide

La limitation principale de ces matériaux réside dans la faible valeur de leur température de Curie (souvent inférieure à 400 °C). Ensuite, deux familles de céramiques sont distinguées selon l'ampleur des pertes générées lors des fortes sollicitations électriques ou mécaniques et selon la propension à se dépolariser :

- Céramiques douces : elles se dépolarisent facilement et manifestent des pertes importantes. Elles sont utilisées dans des applications de bas niveau d'excitation, notamment comme détecteurs (sondes médicales, hydrophones,...) [POU 04].
- Céramiques dures : elles présentent de faibles pertes mécaniques et diélectriques. Elles sont utilisées dans les applications de puissance (transducteurs, piézomoteurs,...).

### c) Polymères piézoélectriques

Ces matériaux ont été découverts en 1969 [PET 03, TAS 91 et WAG 80]. Les films polymères piézoélectriques de type polyfluorure de vinilydène (PVF<sub>2</sub> ou PVDF : polyvinylidènefluorure) sont apparus sur le marché au début des années quatre-vingts. C'est une chaîne organique qui possède des caractéristiques piézoélectriques (Fig. I.7). Ces polymères sont très flexibles et peuvent subir de grandes déformations [TAS 91]. L'élaboration de tels polymères nécessite une phase d'étirement mécanique avant l'étape de polarisation, afin de disposer les chaînes macromoléculaires dans une seule direction. Les faibles facteurs de couplage électromécanique (0,2 – 0,3) et tension de claquage sont compensés par quelques propriétés remarquables comme le découpage facile en formes complexes, la flexibilité (appréciée en cas de surfaces non-planes), la haute résistance mécanique et la possibilité d'avoir des films minces de quelques dizaines de micromètres voire quelques centaines de micromètres. Ces applications concernent plutôt le domaine acoustique ; à titre d'exemple : les capteurs de vitesses vibratoires, de déformations, de pressions acoustiques.



Fig. I.7. Structure du PVDF [PET 03]

### d) Piézocomposites

En général, on rencontre deux types de piézocomposites. Les premiers sont réalisés en mélangeant une poudre de céramique piézoélectrique et une matrice polymère (Fig. I.8a). Pour les seconds, la phase céramique se trouve sous forme de barreaux verticaux répartis de façon périodique dans une matrice polymère moins dure que les bâtonnets en céramique [ABR 04 et GUO 02]. La matrice permet à ces derniers de bouger plus facilement par rapport à une configuration dite massive (Fig. I.8b).

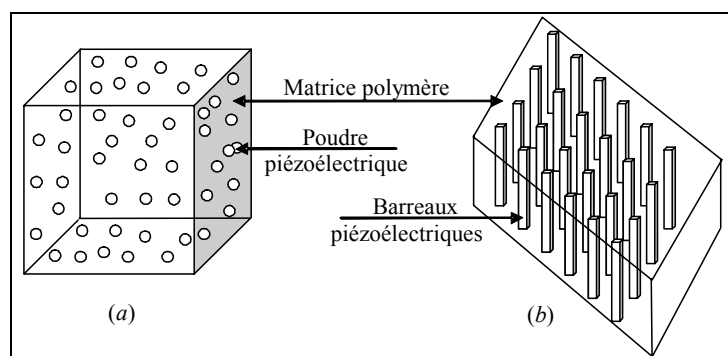


Fig. I.8. Piézocomposites de types 0-3 et 1-3

Les caractéristiques diélectriques, piézoélectriques et mécaniques de l'ensemble dépendent de la proportion et de la nature des constituants neutres et actifs [ABR 04].

## 2. Propriétés de la piézoélectricité

Les propriétés des matériaux piézoélectriques dépendent principalement de la structure cristalline pour ces monocristaux. Nous allons dans ce paragraphe détailler ces propriétés.

### 2.1. Équations constitutives de la piézoélectricité

Les milieux piézoélectriques sont anisotropes par définition. Afin d'étudier leurs propriétés, il est nécessaire d'en définir précisément les orientations cristallines. On choisit en général l'axe ( $Oz$ ) suivant la direction du champ de polarisation. Les axes ( $Ox$ ), ( $Oy$ ) et ( $Oz$ ) forment un trièdre direct permettant l'existence des six mouvements habituels (trois translations et trois rotations). Dans la suite de l'étude,  $L_x$  désigne la dimension selon l'axe ( $Ox$ ) de l'échantillon piézoélectrique et sa section orthogonale est présentée par la surface notée  $A_x = L_y L_z$ . Dans le cadre thermodynamique, l'évolution d'un système piézoélectrique est décrite par l'évolution de quatre variables conjuguées. Les équations constitutives de la piézoélectricité traduisent un phénomène linéaire et réversible en reliant une variable mécanique (six composantes du tenseur déformation  $\mathbf{S}$  et six composantes du tenseur contrainte  $\mathbf{T}$ ) à une variable électrique (vecteur des composantes du déplacement électrique  $\mathbf{D}$  ou vecteur des composantes du champ électrique  $\mathbf{E}$ ) [CHA 89, IKE 90 et GON 92]. Les équations statiques de la piézoélectricité sont présentées dans le Tab. I.1. Nous rappelons que :  $()^t$  : le suffixe  $t$  indique la transposée de la matrice considérée et  $()^R$  : le suffixe  $R$  indique que la grandeur considérée est constante ou nulle. L'induction électrique  $\mathbf{D}$  est fonction du champ  $\mathbf{E}$  et de la polarisation  $\mathbf{P}$ , c'est à dire :  $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ , avec  $\varepsilon_0 = 8.85.10^{-12} F/m$  représente la permittivité à vide.

	$\mathbf{T}$	$\mathbf{S}$
$\mathbf{E}$	$\mathbf{S} = s^E \cdot \mathbf{T} + d^t \cdot \mathbf{E}$	$\mathbf{T} = c^E \cdot \mathbf{S} - e^t \cdot \mathbf{E}$
	$\mathbf{D} = \varepsilon^T \cdot \mathbf{E} + d \cdot \mathbf{T}$	$\mathbf{D} = e \cdot \mathbf{S} + \varepsilon^S \cdot \mathbf{E}$
$\mathbf{D}$	$\mathbf{S} = s^D \cdot \mathbf{T} + g^t \cdot \mathbf{D}$	$\mathbf{T} = c^D \cdot \mathbf{S} - h^t \cdot \mathbf{D}$
	$\mathbf{E} = -g \cdot \mathbf{T} + \beta^T \cdot \mathbf{D}$	$\mathbf{E} = -h \cdot \mathbf{S} + \beta^S \cdot \mathbf{D}$

Tab. I.1. Équations de la piézoélectricité [PIE 01]

Le Tab. I.2 définit les différentes grandeurs présentes dans les équations illustrées dans le Tab. I.1, ainsi que leurs unités respectives.

---

**Termes mécaniques (notation de Voigt)**


---

<b>T</b>	$N/m^2$	Contrainte mécanique (dimensions : $6 \times 1$ )
<b>S</b>	$m/m$	Déformation relative (dimensions : $6 \times 1$ )
<i>s</i>	$m^2/N$	Compliance élastique (dimensions : $6 \times 6$ )
<i>c</i>	$N/m^2$	Raideur élastique (dimensions : $6 \times 6$ )

---

**Termes piézoélectriques**


---

<i>d</i>	$C/N$ ou $m/V$	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la contrainte à champ nul ou constant (dimensions : $3 \times 6$ )
<i>e</i>	$C/m^2$ ou $N/V.m$	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la charge et la déformation à champ nul ou constant (dimensions : $3 \times 6$ )
<i>g</i>	$C/N$ ou $m/V$	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la contrainte et le champ à induction constante ou nulle (dimensions : $3 \times 6$ )
<i>h</i>	$V/m$ ou $N/C$	Constante piézoélectrique qui traduit la proportionnalité entre la déformation et le champ résultant à induction constante ou nulle (dimensions : $3 \times 6$ )

---

**Termes électriques**


---

<b>E</b>	$V/m$	Champ électrique (dimensions : $3 \times 1$ )
<b>D</b>	$C/m^2$	Déplacement ou induction électrique (dimensions : $3 \times 1$ )
$\varepsilon$	$F/m$	Permittivité diélectrique absolue (dimensions : $3 \times 3$ )
$\beta$	$m/F$	Constante d'imperméabilité diélectrique (dimensions : $3 \times 3$ )

---

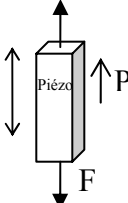
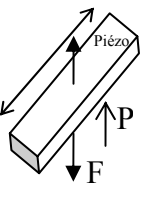
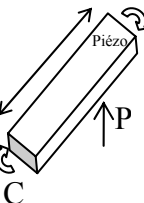
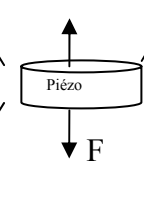
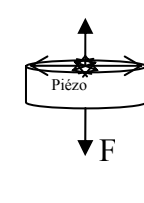





*Tab. I.2. Grandeurs des équations d'état de la piézoélectricité*

Les éléments de symétrie des classes cristallines permettent de simplifier l'écriture des matrices des différents tenseurs.

## 2.2. Coefficients caractéristiques de la piézoélectricité

### a) Modes de déformation d'un échantillon piézoélectrique

On distingue trois modes de déformation d'un barreau piézoélectrique : 33 (mode longitudinal), 31 (mode transversal) et 15 (mode de cisaillement) (*Tab. I.3*). Ces modes correspondent à des échantillons de dimensions particulières. Dans le cas d'un disque mince, on parle du mode épaisseur (le champ  $\vec{E}$  de même direction que l'épaisseur) plutôt que du mode longitudinal. De même, le mode radial doit être distingué du mode transversal. Jusqu'ici, seuls quelques modes sont définis parmi les modes distingués par Ikeda [IKE], selon les dimensions de l'échantillon et la direction du champ électrique appliqué  $\vec{E}$  par rapport à la polarisation  $\vec{P}$ . A partir d'un choix convenable de ces grandeurs, un mode de déformation particulier peut être privilégié. Cette classification n'est pas purement formelle : le mode de déformation détermine le couple de variables parmi les quatre possibles (**T, E – S, E – T, D** et **S, D**). Ce choix s'effectue à partir des conditions aux limites électriques et mécaniques. Un seul des quatre jeux d'équations (*Tab. I.1*) régit le fonctionnement du système piézoélectrique. Ce jeu d'équations fait apparaître trois coefficients électromécaniques qui constituent les coefficients de référence. Leurs valeurs sont fournies par le fabricant. Les neuf autres coefficients doivent être calculés à partir des trois premiers [MAL 02]. Afin d'éviter les confusions, les coefficients définis par le fabricant sont désignés par « coefficients intrinsèques » et les coefficients calculés par « coefficients effectifs ».

Modes de déformations	Mode 33 ou longitudinal	Mode 31 ou transversal	Mode 15 ou cisaillement	Épaisseur	Radial
Schémas					
	$L_x, L_y \ll L_z$	$L_y, L_z \ll L_x$	$L_x \ll L_z$	$A_z \gg L_z$	$A_z \gg L_z$
					

Tab .I.3. Principaux modes de déformation selon les dimensions et la direction de la polarisation

### b) Coefficient de couplage électromagnétique

Plusieurs coefficients faisant intervenir des grandeurs mécaniques, électriques, énergétiques et acoustiques sont nécessaires pour décrire tous les aspects de fonctionnement d'un élément piézoélectrique. Il semble donc naturel d'introduire un coefficient de couplage afin de traduire l'efficacité de la conversion mécanoélectrique. Sachant qu'un matériau piézoélectrique

se polarise sous l'effet d'une contrainte mécanique, cette énergie mécanique apportée se répartit en énergie mécanique stockée dans le matériau déformé et en énergie électrique stockée sous forme de charges. Le facteur de couplage électromécanique  $k$  est défini comme la racine carrée du rapport entre l'énergie électrique stockée et l'énergie mécanique fournie pendant un cycle.

$$k = \sqrt{\frac{\text{Energie électrique stockée}}{\text{Energie mécanique apportée}}}$$

Lorsque le matériau piézoélectrique est utilisé comme actionneur, la définition du facteur de couplage change et devient plutôt la racine carrée du rapport entre l'énergie mécanique stockée et l'énergie électrique fournie pendant un cycle.

$$k = \sqrt{\frac{\text{Energie mécanique stockée}}{\text{Energie électrique apportée}}}$$

Suivant le mode de fonctionnement et la géométrie du transducteur, on distingue :  $k_{33}$  pour un barreau piézoélectrique fonctionnant en compression/traction longitudinale,  $k_{15}$  pour un barreau piézoélectrique fonctionnant en cisaillement et  $k_p$  pour un disque fin en mode polaire. Généralement, les coefficients de couplage se classent de la manière suivante [POU 04]:

$$k_{33} > k_p > k_{15} > k_t > k_{31} \quad (\text{Eq. I.1})$$

Le coefficient de couplage intrinsèque est défini pour certaines géométries de transducteurs par la norme ANSI/IEEE [IEEE 87]. Il permet de comparer les propriétés des matériaux, pour chaque mode de déformation. Les cycles mécanique et électrique considérés sont parcourus en régime quasi-statique et permettent le calcul du facteur de couplage  $k$  en fonction des constantes électromécaniques intrinsèques du matériau. Le facteur de couplage  $k$  peut atteindre la valeur de 0,7 dans le cas des céramiques piézoélectriques actuelles, mais reste toujours dépendant du mode de déformation. Dans le cas d'un fonctionnement en régime dynamique, le coefficient de couplage effectif  $k_e$  est calculé à partir des fréquences de résonance et d'anti-résonance, sachant que ce paramètre est toujours supérieur à  $k$  [IEEE 87].

### c) Calcul du coefficient de couplage intrinsèque en mode 33

Calculons le coefficient de couplage intrinsèque d'un barreau piézoélectrique fonctionnant en mode longitudinal. Pour cela, considérons les cycles de référence présentés en Fig. I.9, au cours desquels le barreau est successivement comprimé et relâché. La variation de  $\mathbf{T}$  (et non  $\mathbf{S}$ ) est choisie en tenant compte de la différence fondamentale entre les grandeurs intensives ( $\mathbf{T}$  et  $\mathbf{E}$ ) et extensives ( $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{D}$ ). Les grandeurs intensives sont commandables par une

action extérieure, tandis que les grandeurs extensives sont caractéristiques de l'état physique du système et ne peuvent pas être commandées directement. Cependant, il est possible d'imposer la condition  $\mathbf{D} = 0$ , correspondant au circuit ouvert. De même,  $\mathbf{E} = 0$  est la condition de court-circuit. D'après la Fig. I.9, on a trois étapes distinctes :

- **Étape 1 (OA)** : on applique progressivement une contrainte (valeur finale  $T_A$ ) au barreau court-circuité ( $\mathbf{E} = 0$ ). D'après le Tab. I.1, la déformation relative croît jusqu'à la valeur  $S_A = s_{33}^E T_A$ . L'induction croît jusqu'à la valeur  $D_A = d_{33} T_A$ .
- **Étape 2 (AB)** : en A, on ouvre le circuit, donc  $\mathbf{D}$  est constant au cours de cette phase. De A à B, on supprime progressivement la contrainte. Simultanément, la déformation diminue selon la loi  $S_3 = s_{33}^D T_3$  et un champ  $E_3 = g_{33} T_3$  apparaît. À la fin de cette étape, il reste une déformation résiduelle, ce qui nécessite une troisième étape.
- **Étape 3 (BO)** : une charge résistive est connectée au barreau, qui se décharge complètement, et revient à sa taille initiale.

À partir de la Fig. I.9, les différentes énergies volumiques peuvent être exprimées en fonction des grandeurs électromécaniques et de la contrainte  $T_A$  appliquée suivant l'axe 3.

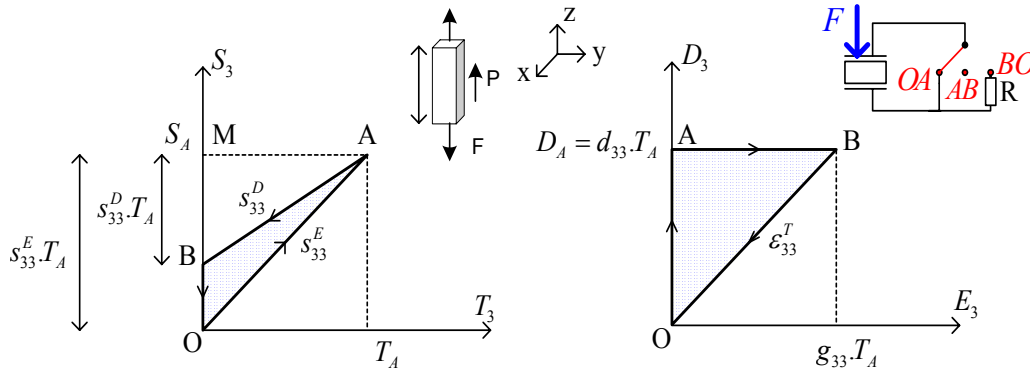


Fig. I.9. Cycles mécanique et électrique de référence pour le mode 33

- L'énergie mécanique apportée  $W_{MA}$ , correspondant à l'aire (OAM) du cycle mécanique (Eq. I.2) :

$$W_{MA} = \int_{(OAM)} S_3 \partial T_3 = \frac{s_{33}^E \cdot T_A^2}{2} \quad (Eq. I.2)$$

- L'énergie mécanique stockée  $W_{MS}$ , correspondant à l'aire (BAM) du cycle mécanique (Eq. I.3) :

$$W_{MS} = \int_{(BAM)} S_3 \partial T_3 = \frac{s_{33}^D \cdot T_A^2}{2} \quad (Eq. I.3)$$

- L'énergie électrique stockée  $W_{ES}$ , correspondant à l'aire (OAB) du cycle électrique, égale à l'aire (OAB) du cycle mécanique (Eq. 1.4) :

$$W_{ES} = \int_{(OAB)} D_3 \partial E_3 = \frac{g_{33} \cdot d_{33} \cdot T_A^2}{2} \quad (Eq. 1.4)$$

Le coefficient de couplage intrinsèque en mode 33 s'écrit (Eq. 1.5) :

$$k_{33} = \sqrt{\frac{W_{ES}}{W_{MA}}} = \sqrt{\frac{g_{33} \cdot d_{33}}{s_{33}^E}} \quad (Eq. 1.5)$$

En suivant le même raisonnement, les coefficients de couplage peuvent être exprimés pour chaque mode de déformation mentionné précédemment (Eq. 1.6) :

$$k_{33} = \sqrt{\frac{g_{33}^2}{s_{33}^D \cdot \beta_{33}^T}}, \quad k_{31} = \sqrt{\frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \cdot \epsilon_{33}^T}}, \quad k_{15} = \sqrt{\frac{e_{15}^2}{c_{55}^D \cdot \epsilon_{11}^S}} \quad (Eq. 1.6)$$

$$k_t = \sqrt{\frac{e_{33}^2}{c_{33}^D \cdot \epsilon_{33}^S}} \quad \text{et} \quad k_p = \sqrt{\frac{2 \cdot k_{31}^2}{1 - \nu^E}} : \nu^E \text{ est le coefficient de Poisson}$$

#### d) Quelques remarques

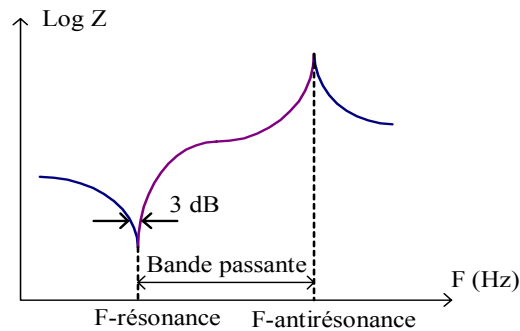
**Req. 1:** L'expression présentée dans l'ensemble des Eq. 1.6. pour  $k_{33}$  diffère de celle donnée dans l'équation 1.5. En effet, les coefficients effectifs  $d_{33}$  et  $s_{33}^E$  doivent être calculés en fonction des coefficients intrinsèques qui sont dans ce cas,  $s_{33}^D$  et  $\beta_{33}^T$ .

**Req. 2:** Il y a d'autres coefficients tout aussi importants que le coefficient de couplage et qui méritent d'être cités :

- Lorsqu'un champ électrique alternatif est appliqué à un élément piézoélectrique, des ondes acoustiques sont créées. L'impédance acoustique est définie par le produit de la masse volumique par la célérité des ondes ultrasonores. Le transfert d'énergie acoustique à une interface est maximal lorsque les deux milieux ont la même impédance [ZHA 07].
- Lorsqu'on représente l'évolution de l'impédance acoustique en fonction de la fréquence d'excitation en coordonnées logarithmiques, l'allure de cette courbe montre la présence d'un minimum à la fréquence de résonance et un maximum à la fréquence d'antirésonance. La bande passante est proportionnelle au facteur de couplage électromécanique  $k$  (Fig. 1.10) [ZHA 07].



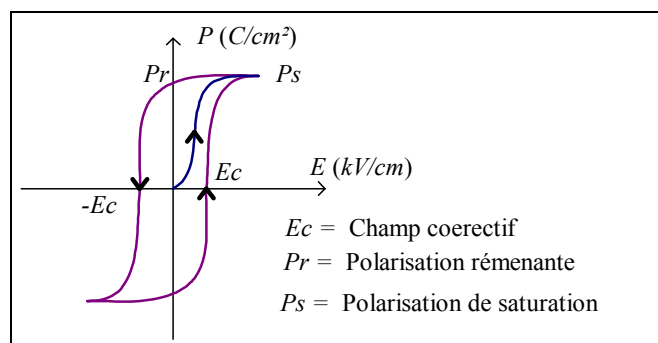
- L'angle de pertes diélectriques  $\tan \delta$  mesure le déphasage entre le champ électrique alternatif appliqué et la réponse du matériau. Ceci est dû au fait que la réorientation des moments dipolaires n'est pas instantanée dans la céramique piézoélectrique.
- Le facteur de qualité mécanique  $Q_m$  traduisant le rapport entre l'énergie mécanique stockée et l'énergie mécanique dissipée par cycle est inversement proportionnel à l'intervalle compris entre les fréquences de coupure à -3 dB autour de la fréquence de résonance.



*Fig. I.10. Variation de l'impédance acoustique en fonction de la fréquence d'excitation*

#### e) Hystérésis ferroélectrique

L'apparition d'une polarisation macroscopique à l'échelle d'une céramique polycristalline en fonction du champ électrique appliqué peut être suivie par l'intermédiaire du montage de Sawyer-Tower [MAS 50]. La tension aux bornes du condensateur de capacité  $C_0 \gg C_{PZT}$  est, quant à elle, proportionnelle aux charges apparaissant sur la céramique et donc à sa polarisation  $\mathbf{P}$ . Au départ, les domaines étant orientés aléatoirement, la polarisation macroscopique est nulle. Du point de vue propriétés diélectriques et ferroélectriques, le matériau se polarise quand le champ électrique augmente (Fig. I.11) [ZHA 07 et KAO 08].



*Fig. I.11. Cycle de polarisation d'une céramique ferroélectrique*

Au bout de quelques cycles, la courbe  $P(E)$  se stabilise en un cycle hystérétique. Lorsque le champ électrique croît vers des valeurs élevées, la polarisation tend de manière asymptotique vers la polarisation de saturation  $P_s$ . À champ nul, il subsiste une polarisation rémanente  $P_r$ . On

voit qu'au-delà du champ coercitif  $E_c$ , la polarisation macroscopique s'inverse. L'ouverture du cycle dépend de la nature du matériau et des paramètres environnementaux :  $E_c$  et  $P_r$  diminuent quand la température augmente ou quand une contrainte mécanique de compression/traction est appliquée perpendiculairement au champ électrique [MAS 50]. Pendant la polarisation d'une céramique ferroélectrique, on peut également suivre la déformation de l'échantillon en fonction du champ électrique. À l'origine, le matériau n'est pas polarisé et la déformation est nulle. Ensuite, elle croît de manière non linéaire jusqu'à une valeur maximale de saturation. Lorsque le champ électrique revient à zéro, il subsiste une déformation rémanente, due à la polarisation rémanente du matériau. Si le champ  $E$  devient négatif, la valeur de la déformation diminue et il apparaît un point de rebroussement pour  $E = E_c$ . Après quelques cycles, l'allure se stabilise.

### 3. Récupération de l'énergie : Etat de l'art

Nous présentons, dans ce paragraphe, les principales sources d'énergie disponibles dans la nature et dans notre environnement ainsi que quelques générateurs proposés par les différents groupes de recherche pour récolter ces énergies et les transformer en électricité.

#### 3.1. Récupération de l'énergie chimique

L'énergie disponible dans l'environnement proche des capteurs peut se trouver sous forme chimique. Dans ce cas, l'énergie peut être récupérée soit directement sous forme électrique en réalisant des piles électriques, soit sous forme intermédiaire (mécanique ou thermique) quand cette énergie est de type élément combustible. À titre d'exemple, les sources naturelles fondées sur une réaction d'oxydoréduction sont : le citron, le sang [CHA 03]. Les piles utilisant comme réactifs des éléments chimiques n'ont malheureusement qu'un nombre d'applications très limité. En effet, hormis la pile marine fondée sur l'utilisation des sédiments marins [REI 01] et la biopile fondée sur l'utilisation du glucose du sang [HEL 02], peu de piles vraiment efficaces existent à cause de leur durée de vie très limitée. En ce qui concerne l'utilisation de la biomasse, elle n'est efficace qu'à grande échelle. Ceci exclut son utilisation en tant que microsource. Il existe aussi un certain nombre de systèmes anecdotiques utilisant des bactéries ou des insectes, soit pour créer des réactions chimiques, soit directement comme force mécanique. Les domaines d'application sont extrêmement limités [DUN 04].

#### 3.2. Récupération de l'énergie de rayonnement électromagnétique

Quatre types de rayonnement sont susceptibles d'être utilisés afin de récupérer l'énergie disponible en grande quantité dans la nature : le rayonnement solaire, le rayonnement infrarouge, les ondes hertziennes et le rayonnement nucléaire :

- Le rayonnement naturel le plus énergétique est le rayonnement solaire. Il est largement utilisé pour satisfaire les besoins énergétiques des maisons isolées. Plusieurs systèmes de plus petite taille sont alimentés par cette énorme source d'énergie (montres, calculatrices, des téléphones d'urgence sur les autoroutes, etc.). La conversion de l'énergie solaire en énergie électrique se fait tout simplement via des cellules photovoltaïques [**KRI 02** et **MAK 01**]. Lors d'un rayonnement direct à midi, la densité de puissance des radiations solaires sur la surface de la terre peut atteindre  $100 \text{ mW.cm}^{-3}$ .
- Le rayonnement infrarouge se retrouve essentiellement à proximité des sources chaudes ( $> 800 \text{ K}$ ). Sauf pour des applications très spécifiques, il est très compliqué de trouver de telles sources. En général, l'énergie thermique de sources très chaudes ( $> 1200 \text{ K}$ ) est convertie en énergie infrarouge à l'aide d'un matériau adapté, avant d'être transformée en électricité via des cellules photovoltaïques. Cette manipulation est connue sous le nom de « conversion thermophotovoltaïque » [**DIM 03** et **HAR 03**].
- Les ondes hertziennes se trouvent particulièrement à proximité des principales sources d'émission comme les émetteurs radio, les émetteurs de télévision, les émetteurs de téléphone, etc. le rayonnement électrique créé par les lignes de distribution électriques et les réseaux de télécommunications filaires peut être exploitable. On trouve aussi la récupération du rayonnement électromagnétique obtenu via des antennes. L'inconvénient majeur de cette énergie disponible se résume dans le fait qu'elle est répartie sur une large bande fréquentielle. Cette énergie reste faible à moins de se trouver à côté d'un émetteur [**SW-WIK**].
- Des mesures montrent que sur une surface de  $1600 \text{ cm}^2$ , on détecte le passage d'environ 200 particules d'énergie comprises entre  $50 \text{ KeV}$  et  $1 \text{ MeV}$  pendant une heure. En moyenne, ces particules possèdent une énergie de  $500 \text{ KeV}$  et une puissance récupérable de  $4,32 \times 10^{-15} \text{ W}$ . Cette puissance est très faible par rapport à l'énergie récupérable avec les cellules photovoltaïques. Il est donc peu envisageable d'exploiter cette source radioactive avec des capteurs, excepté pour des missions spécifiques comme dans le domaine spatial [**SW-WIK**].

### 3.3. Récupération de l'énergie par effet thermoélectrique

Le premier effet thermoélectrique a été découvert par le physicien allemand Thomas Johann Seebeck en 1821 [**SW-WIK**]. Cet effet se traduit par le passage d'un courant électrique dans un matériau soumis à un gradient thermique et parcouru par un flux de chaleur. Quelques années plus tard, en 1834, le physicien français Jean Peltier découvrit l'effet thermoélectrique inverse. La possibilité de convertir un flux de chaleur en courant électrique permet d'envisager des applications de récupération de l'énergie par effet thermoélectrique, notamment à partir de sources de chaleur perdue comme les pots d'échappement des automobiles, les cheminées d'incinérateurs, les circuits de refroidissement des centrales nucléaires,... Les systèmes thermoélectriques constitueraient alors des sources d'énergie d'appoint « propres », puisque, utilisant des sources de chaleur existantes inutilisées. L'utilisation de la thermoélectricité dans

l'automobile permet de suppléer partiellement l'alternateur, réduisant ainsi la consommation de carburant d'environ 10 % [MAT 02].

Des produits industriels sont apparus sur le marché, comme la montre de Seiko qui contient dix modules thermoélectriques et qui génèrent quelques microwatts [SW-SEI]. Les travaux de Douseki [DOU 03] ont abouti à un microsystème autonome fondé sur l'effet thermoélectrique direct. Le microgénérateur proposé est présenté sur la Fig. I.12, il fournit une puissance électrique de 1,6 mW pour alimenter la partie de transmission de ce système. Ce générateur accepte des sources chaudes ou froides.

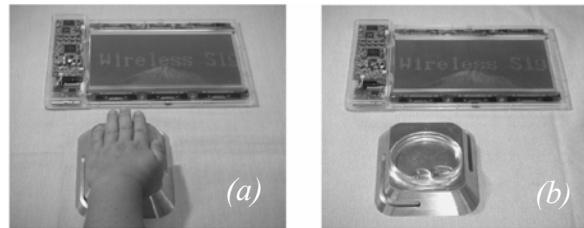


Fig. I.12 : Système de transmission avec générateur thermoélectrique : (a) Transmission avec la température de la main ; (b) Transmission avec l'eau froide [DOU 03].

Les travaux de Glosch ont abouti aussi à un microgénérateur qui génère  $0,15 \mu W/K$  [GLO 99]. Une étude plus récente présente un microgénérateur thermoélectrique de  $1 \text{ cm}^2$  de surface équipé d'une centaine de jonctions [SAV 06]. Il est capable de fournir  $1,2 \mu W$  pour une variation de température de  $100 \text{ K}$ .

Les générateurs thermoélectriques ne sont pas de bons candidats pour des microsystèmes autonomes de très faibles volumes ou surfaces. En effet, sur une échelle microscopique, on ne peut pas garantir un gradient de température suffisant pour faire fonctionner le générateur.

### 3.4. Généralité sur la conversion d'énergie mécanoélectrique

Dans cette partie, nous nous intéresserons à une source d'énergie potentiellement disponible à proximité des capteurs à alimenter, à savoir l'énergie mécanique. Une façon de faire une « moisson » de cette énergie est d'utiliser les vibrations environnantes dont les intensités varient en fonction de l'application. Cette approche tient du constat que les vibrations mécaniques sont omniprésentes. Des vibrations mécaniques allant de quelques  $\text{Hz}$  à quelques centaines de  $\text{Hz}$  sont présentes dans de nombreux domaines ; à titre d'exemple, contre les vitres en face d'une rue fréquentée, sur les ponts, sur les appareils électroménagers, etc. Grâce aux progrès des techniques de conception basse consommation, l'énergie ainsi glanée suffit à alimenter quelques capteurs « intelligents ». Afin d'utiliser la puissance vibratoire correspondante, celle-là doit être convertie. Plusieurs techniques de transduction électromécanique peuvent être utilisées [BEE 06]. Les convertisseurs électromécaniques utilisés pour transformer l'énergie mécanique vibratoire en énergie électrique peuvent être

électrostatiques [CHA 99], électromagnétiques [WIL 96] ou piézoélectriques [SHE 01]. Ces trois moyens de conversion de l'énergie sont rarement comparés, d'autant plus que cet exercice est difficile. Les caractéristiques d'un générateur dépendent de ses dimensions et de ses propriétés électromécaniques. De plus, le critère de comparaison choisi, tels que le niveau de la tension, la puissance, le rendement de la conversion, la fréquence de fonctionnement et la charge résistive, est spécifique à l'application ciblée. Dans la suite, quelques exemples sont présentés.

### 3.4.1. Récupération de l'énergie par conversion électromagnétique

Lors de la conversion électromagnétique, un aimant est souvent utilisé en translation dans une bobine. Ce mouvement de translation induit un courant dans l'enroulement de la bobine. Cette méthode a l'avantage de ne pas nécessiter de source de tension séparée, mais la tension de sortie est relativement faible lorsque l'on ramène le volume du système à moins de  $1\text{ cm}^3$  ou lorsqu'on exploite des vibrations de faibles amplitudes.

Un schéma de conception pour un générateur électromagnétique a été présenté par Mizuno et Chetwynd [MIZ 03]. Dans cette architecture, une poutre est utilisée comme élément résonnant et se déplace sous l'action de vibrations. Les lignes de champs magnétiques créées par les aimants permanents sont coupées et une force électromotrice est créée aux deux extrémités de la bobine, en accord avec la loi de Faraday. Ce dispositif constitue une cellule élémentaire du générateur présenté sur la Fig. 1.13.

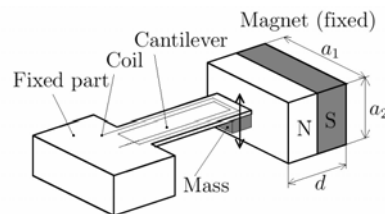


Fig. 1.13. Générateur à bobine mobile [MIZ 03]

Un empilement en réseau de ces cellules est réalisable pour obtenir une puissance plus importante. La difficulté d'exploiter de tels empilements tient au fait que la puissance récupérée est maximale lorsque la fréquence de vibration est égale à la fréquence propre de résonance de la poutre. L'accord entre les différentes poutres d'une structure en empilement est difficile, et l'efficacité du transfert de puissance s'en trouve affectée. Un autre récupérateur de puissance suffisant pour faire fonctionner un **DSP** (Digital Signal Processing system) a été développé dès l'année 1998 [AMI 98]. Il est constitué d'une masse enroulée d'un conducteur et reliée à un ressort. La masse (et donc l'enroulement) se déplace dans une cavité dans laquelle règne un champ magnétique généré par un aimant permanent. Les oscillations mécaniques exploitées par cette microgénératrice sont celles provoquées par la marche d'un individu. L'amplitude maximale de vibration considérée ici est de  $2\text{ cm}$  et la fréquence est de  $2\text{ Hz}$ . Sous ces conditions, la théorie prévoit une récolte d'énergie de plusieurs dizaines de  $\mu W$ .

Des chercheurs de l'université de Hong-Kong ont également proposé une structure, permettant de récolter l'énergie vibratoire [CHI 01] (Fig. I.14).

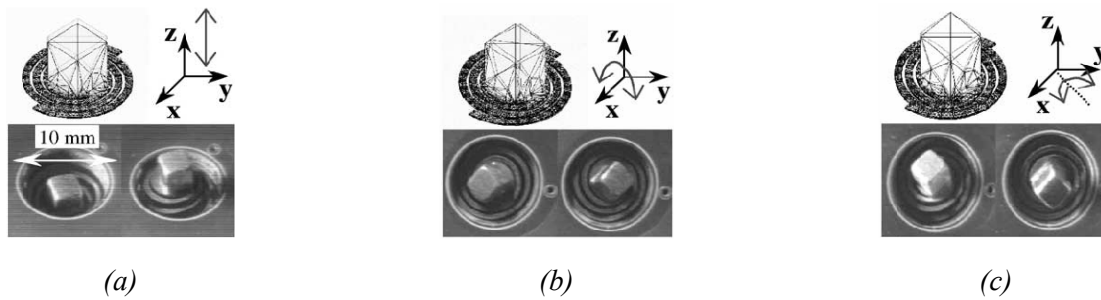


Fig. I.14 : Trois modes de vibrations [CHI 01]

Il s'agit d'un aimant fixé à un ressort qui permet une certaine liberté en rotation. Ce système permet de récupérer l'énergie de vibration dans les trois directions de l'espace (puissance récupérée de l'ordre de  $830 \mu W$ ). Le mouvement de l'aimant crée un champ magnétique qui induit un courant dans la bobine électrique tapissant la cavité (de diamètre de l'ordre du  $cm$ ).

Les chercheurs de l'Université de Pennsylvanie et de l'université du Michigan ont mis au point un sac à dos équipé de deux armatures fixes (sur le dos) alors que la partie mobile du sac reste libre de faire monter et descendre pendant la marche par l'intermédiaire de tiges verticales [ROM 05]. Cette partie mobile est reliée à un minigénérateur dont le socle est rigidement attaché à l'armature du sac à dos (Fig. I.15). Lors d'une marche, la personne se comporte comme un pendule inversé et entraîne ainsi le pignon qui est solidaire à l'axe du minigénérateur en rotation. Une quantité considérable d'énergie mécanique est ensuite transférée particulièrement quand la charge est lourde (une puissance électrique récupérée d'environ  $7 W$ ).

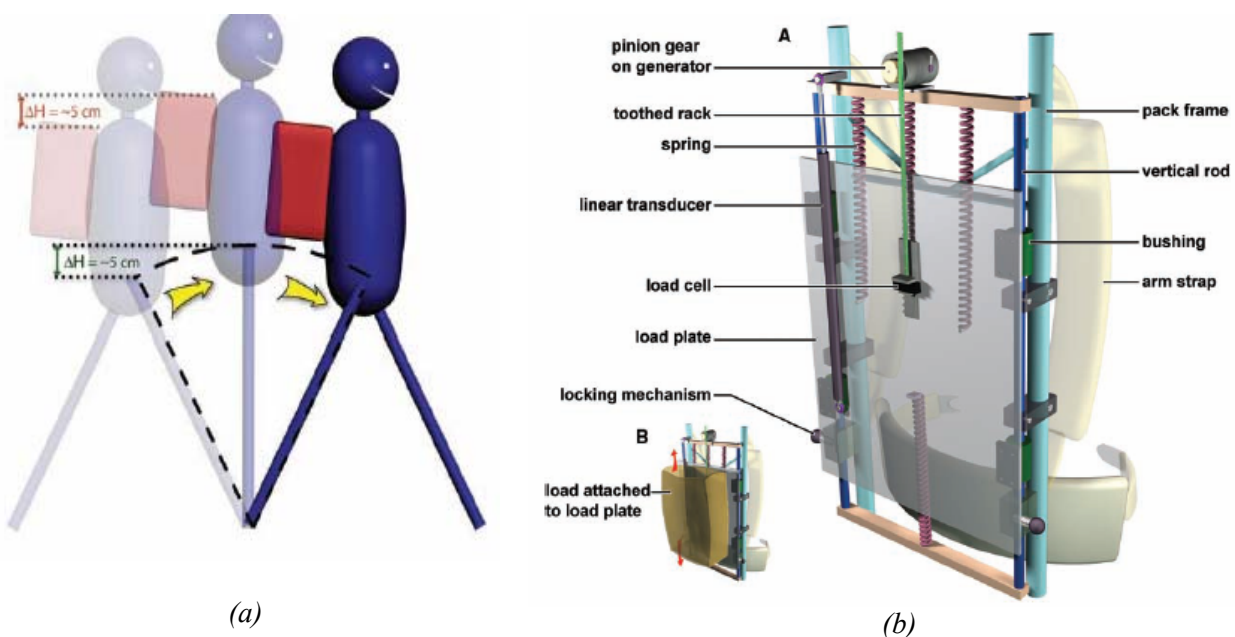


Fig. I.15 : Schéma du baluchon avec le système de récupération [ROM 05]

### 3.4.2. Récupération de l'énergie par conversion électrostatique

La deuxième approche est réalisée grâce à des convertisseurs électrostatiques. Ces convertisseurs demandent une source de charge électrique séparée pour fonctionner (défaut principal). L'énergie est obtenue via le mouvement d'un milieu diélectrique dans une capacité. Ceci entraîne une modification du courant ou de la tension, selon que la tension ou la charge du condensateur est maintenue constante. Les matériaux utilisés dans ce système permettent de construire des structures à très faibles échelles et le système complet est facilement intégrable dans des microsystèmes. Ces techniques électrostatiques sont généralement plus efficaces que les techniques électromagnétiques à petites échelles.

Un dispositif électrostatique est présenté dans [MEN 01 et MAD 97], utilisant une capacité variable. En plaçant une charge sur les plaques d'une capacité, et en déplaçant ces plaques, l'énergie mécanique peut être convertie en énergie électrique. Deux cycles sont possibles dont le premier décrit le cycle à contrainte de tension et le deuxième décrit le cycle à contrainte de charge. Dans le cycle à contrainte de tension, une source de tension secondaire est nécessaire pour maintenir la tension du dispositif. Il est préférable pour la conversion de n'utiliser qu'une seule source de tension. Par ailleurs, une source de charge est plus facile à mettre en œuvre. Un exemple est présenté sur la Fig. I.16 a pour dimension  $1,5 \times 1,5 \text{ cm}^2$ . Il est gravé dans du silicium sur une épaisseur de  $500 \mu\text{m}$ . Des doigts forment des peignes capacitifs dont l'interpénétration varie en fonction des mouvements qui lui sont imposés, modifiant ainsi la capacité. Le convertisseur est conçu pour des vibrations mécaniques allant jusqu'à  $2500 \text{ Hz}$ . L'ajustement de la fréquence du dispositif peut être réalisé en changeant la masse effective du dispositif. Le défi principal de conception d'un tel dispositif consiste à provoquer des variations de capacité les plus grandes possibles, en tenant compte des contraintes de conception. La structure présentée est constituée de peignes de  $7 \mu\text{m}$  de large et de  $21 \mu\text{m}$  d'espace interdigital. Chaque doigt mesure  $512 \mu\text{m}$  en longueur et  $500 \mu\text{m}$  en épaisseur (Fig. I.16).

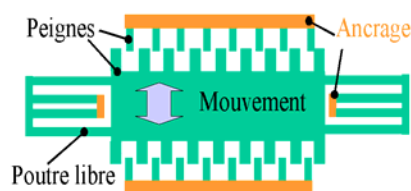


Fig. I.16 : Vue du haut du générateur électrostatique [MEN 01]

Une autre approche originale a également été proposée par Mizuno et Chetwynd [MIZ 03]. Le principe consiste à utiliser une poutre lestée, jouant le rôle d'une électrode et faisant face à un dispositif « électret » conservant une charge permanente (Fig. I.17). L'espace entre l'Electret et l'électrode est faible, et sous l'effet de vibration, l'électrode génère des charges induites quand elle se rapproche de l'Electret. La capacité du dispositif à délivrer la puissance est proportionnelle à la surface de l'électrode, par contre, la tension de sortie est indépendante de cette surface.

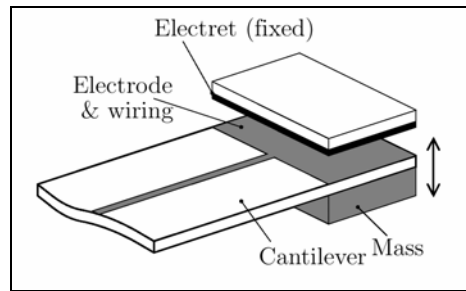


Fig. I.17 : Microgénératrice électrostatique [MIZ 03]

En conclusion, la conversion d'énergie mécano-électrique, que ce soit par des systèmes fondés sur l'électrostatisme ou l'électromagnétisme, est relativement intéressante et capable de résoudre quelques problèmes énergétiques de faibles consommations. Les recherches sur ces systèmes ne cessent de progresser afin de mettre au point des microgénératrices toujours plus efficaces.

### 3.4.3. Récupération de l'énergie mécanique via des matériaux piézoélectriques

Dans ce travail, on s'intéressera uniquement à l'étude de la conception d'un système à base de piézoélectricité compte tenu des compétences déjà acquises sur ce domaine de pointe. Ces développements seront donc présentés plus en détail.

#### a) Energie dissipée par le corps humain

Au cours de ces dernières années, le concept de récupération de l'énergie dissipée par le corps humain suscite un intérêt assez étendu. L'énergie résultant du corps humain, que ce soit sous forme de chaleur, de souffle ou de mouvements, présente l'avantage d'être gratuite, non polluante et disponible à loisir [MOL 00, TUR 02 et GON 02]. La puissance développée par le corps humain sous forme mécanique présente des valeurs significatives, notamment plus de 5 W pour certains mouvements du pied ou la main. Même si une faible partie seulement de cette puissance peut être récupérée, les applications potentielles sont nombreuses dans la gamme de puissance entre 10  $\mu W$  et 1 mW.

La récupération de l'énergie humaine intéresse particulièrement les chercheurs qui travaillent actuellement sur le concept du vêtement intelligent, équipé de capteurs et d'émetteurs, afin de connaître en permanence l'état de santé de la personne. L'utilisation pourrait également intéresser les militaires (suivi sur le terrain des soldats) et le domaine civil comme la prévention médicale (par exemple le suivi du rythme cardiaque, de la respiration et de la température corporelle des personnes âgées spécialement pendant la saison d'été). La perspective d'incorporation d'ordinateurs (fonctionnant avec l'énergie dissipée par le corps humain) dans les vêtements n'est pas exclue et fait l'objet du projet U.S. STRECH financé en partie par la « Defense Advanced Research Project Agency : Ministère de la défense britannique » (DARPA).



Des chercheurs du Virginia Tech Lab cherchent à intégrer des films piézoélectriques dans le textile [JON 02].

### **b) Générateur piézoélectrique fonctionnant en régime quasi-statique**

En régime quasi-statique, le système piézoélectrique est soumis à une contrainte graduelle de fréquence très inférieure à celle de la résonance. Le moyen le plus simple de générer une telle contrainte consiste à utiliser un dispositif à compression graduelle.

#### **➤ Chaussures piézoélectriques développées par T.E.S**

La société The Electric Shoe « T.E.S » a été créée par T.G. Baylis en collaboration avec la DERA et Texon International (fabricant mondial de matériaux pour les chaussures). Cette équipe a mis au point un dispositif piézoélectrique incorporé dans le talon d'une chaussure [SW-TES]. Ce dispositif développé pour une finalité militaire a permis la génération de suffisamment d'énergie électrique pour recharger la batterie d'un téléphone portable. Il a été testé en juin 2000 lors d'une marche de 120 km dans le désert de Namibie au terme de laquelle une communication téléphonique à partir de ce portable chargé a été un vrai succès. Avec ce succès, la société T.E.S vise la fabrication de dispositifs inductifs, magnétostrictifs et biomécaniques. La fabrication de vêtements intelligents semble aussi intéresser cette équipe de recherche.

#### **➤ Chaussures piézoélectriques développées par le M.I.T**

Au sein du M.I.T (Massachusetts Institute of Technology, Cambridge), des chercheurs travaillent sur les interfaces hommes machines et sur la génération nomade de l'énergie électrique. Dans ce contexte, un groupe de recherche a réalisé, en collaboration avec la DERA, deux dispositifs de génération d'énergie électrique lors de la marche, puis une comparaison de ces deux dispositifs [SHE 01]. Le premier dispositif repose sur l'implantation d'une feuille de PVDF flexible dans la semelle et récupère l'énergie de mouvement de flexion de chaque pas (Fig. I.18). Une charge résistive de 250 k $\Omega$  a été utilisée. Ceci a permis la récupération d'une puissance de 1,3 mW. Le deuxième dispositif formé de deux rubans précontraints et incurvés de céramique PZT « dimorphe » est placé dans le talon de la chaussure. Le choix d'utilisation de deux rubans est destiné à maximiser la contrainte et donc la puissance moyenne récupérée (14,4 mW sur une charge résistive de 500 k $\Omega$ ).

Cette chaussure est équipée également d'un système électrique de conversion [SHE 99]. La commande des interrupteurs est réalisée de telle sorte que les charges apparues pour chaque cycle sont recueillies à chaque maximum ou minimum de déformation du dispositif mécanique. Ceci garantit un fonctionnement optimal. Pour une fréquence de marche égale à 0,8 Hz, le rendement maximal obtenu est de 18 %, équivalent à une puissance de 1,3 mW.

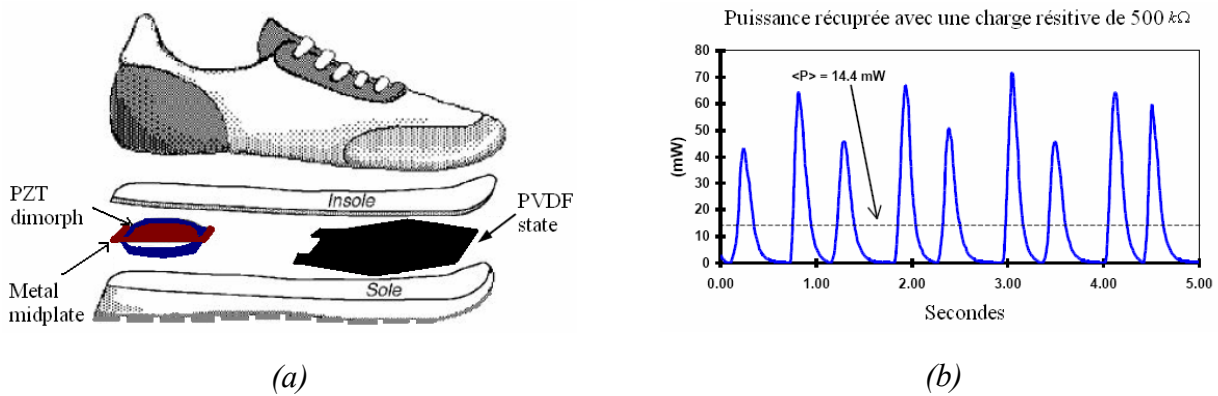


Fig. I.18 : Deux dispositifs de génération d'énergie intégrés dans une chaussure [SHE 01]

### ➤ Maquettes linéaire et rotative développées au SATIE

Au sein du laboratoire SATIE (Systèmes et Applications des Technologies de l'Information et de l'Energie) de l'Ecole Normale de Cachan, une équipe a développé deux maquettes expérimentales (linéaire et rotative) qui s'inscrivent dans le cadre de l'application de récupération de l'énergie en utilisant des céramiques PZT et fonctionnant toujours en régime quasi-statique. Cette application est destinée à l'alimentation des appareils électroniques portables à partir de l'énergie mécanique des mouvements humains [POU 04]. La première maquette (dispositif linéaire) mesure  $9 \times 9 \times 14 \text{ cm}$  et équipée de deux barreaux piézoélectriques qui sont placés dans des logements au sein d'un bâti. Ce dernier est fabriqué à partir d'un matériau isolant diélectrique afin d'éviter tout court-circuit. Un mobile soumis à une force élevée par l'intermédiaire d'un ressort, déforme les barreaux piézoélectriques (Fig. I.19).

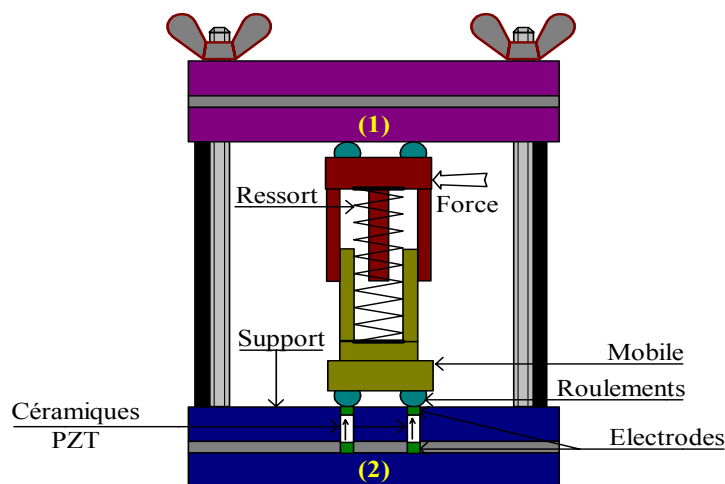


Fig. I.19. Schéma du dispositif linéaire

Le système de récupération est constitué d'une résistance de  $160 \text{ k}\Omega$  et d'une capacité de  $1 \text{ nF}$ . En appliquant une force d'amplitude  $11,6 \text{ N}$ , une constante de temps de compression égale à  $3,5 \text{ ms}$  et une constante de temps de relaxation égale à  $2,8 \text{ ms}$ , la tension mesurée est proche de  $100 \text{ V}$ , équivalente à une puissance électrique de  $0,8 \text{ }\mu\text{W}$ .

Le dispositif rotatif est fondé sur une répartition circulaire de nombreux barreaux piézoélectriques dans un support fabriqué en bakélite. Elle offre l'avantage de permettre le fonctionnement du générateur même si un barreau piézoélectrique est usé, et de remplacer celui-ci individuellement [POU 04]. Comme pour le dispositif linéaire, les barreaux piézoélectriques sont connectés en parallèle afin de sommer le courant généré. La puissance électrique est mesurée en fonction de la charge résistive, avec un effort de serrage non identifié à une fréquence de 55 Hz. La puissance mesurée atteint ainsi la valeur de  $13 \mu W$  pour une charge résistive de  $100 k\Omega$ .

### ➤ *Synthèse et discussion*

Les équipes du M.I.T et du T.E.S semblent bien avancer dans le développement de prototypes fondés sur la piézoélectricité en régime quasi-statique. Néanmoins, des améliorations au niveau du système de conversion semblent nécessaires afin de réduire les pertes. D'autre part, il est important de séparer le système mécanique et piézoélectrique du système électrique de récupération d'énergie pour en faciliter l'entretien. Bien que les deux maquettes expérimentales de l'équipe du SATIE aient permis de tester deux choix technologiques de conversion d'énergie mécanique quasi-statique en énergie électrique, les deux dispositifs nécessitent un certain nombre d'améliorations. En ce qui concerne le premier dispositif, l'exploitation d'un barreau de grande surface s'avère difficile et requiert une étude approfondie de la répartition spatiale de la force. Par ailleurs, il est plus simple de multiplier des petits barreaux pour résoudre le problème. En ce qui concerne la maquette rotative, elle ne permet pas d'exploiter tous les barreaux piézoélectriques incorporés dans le support. Il reste à mentionner que le dispositif rotatif constitue un bon exemple de concentrateur de contrainte.

### **c) Exemple de générateur piézoélectrique en régime dynamique**

En régime dynamique, le système piézoélectrique est soumis à des sollicitations de fréquences proches de la résonance généralement imposées par le support sous l'effet d'une force extérieure. Notons que cette fréquence de résonance dépend fortement des conditions d'encastrement du matériau piézoélectrique sur le support. En outre, les pertes mécaniques à cet encastrement ont pour effet de diminuer le coefficient de qualité du matériau piézoélectrique [VAS 03]. D'autres pertes dues à des phénomènes thermodynamiques, de rayonnement acoustique, des pertes structurales et la présence de l'air autour du système peuvent également réduire le rendement de la génératrice de courant [NOU 05 et 07].

Le système piézoélectrique peut fonctionner selon deux modes principaux. Le premier correspond à un régime forcé, produit par une sollicitation entretenue à une fréquence donnée. Le second est le mode libre, produit sous l'effet d'une sollicitation impulsionnelle. Ce mode d'excitation en dynamique semble mieux adapté pour une application de récupération d'énergie

et s'avère fréquent dans notre entourage, par exemple la vibration impulsionnelle d'un moteur d'une voiture lors du démarrage, les chocs que subit un véhicule sur une chaussée déformée. En revanche, les appareils électroménagers produisent des vibrations en régime forcé [FUN 98, WHI 01, OTT 02, KAS 02, ROU 03 et POU 04]. Les sources de vibration sont nombreuses et la puissance générée augmente avec l'amplitude de vibration. Le système piézoélectrique peut vibrer sous l'effet d'un système bistable pour lequel la transition entre deux états stables peut s'effectuer par une force extérieure [QIU 99]. Ceci permet d'enclencher la résonance de la structure. Cette transition correspond à une sollicitation impulsionnelle telle que nous l'avons définie plus haut.

Une deuxième approche fondée sur les chocs constitue une solution élégante et facile à mettre en œuvre pour l'application de récupération de l'énergie mécanique vibratoire en énergie électrique. Elle demande toutefois une analyse approfondie car la succession des chocs nécessaire à cette méthode a un impact direct sur l'efficacité de conversion de notre système [NOU 07]. Cette nouvelle solution a fait l'objet de travaux présentés dans le dernier chapitre de ce manuscrit dans lequel une modélisation du microconvertisseur par un ensemble de masses et de ressorts est mise en œuvre. Le choix de fonctionnement du microconvertisseur en régime dynamique est justifié par deux études comparatives entre des systèmes piézoélectriques fonctionnant en régimes dynamique et quasi-statique [GAR 02 et KEA 03]. Elles montrent que la puissance électrique est d'autant plus importante quand la fréquence d'excitation est élevée. Par ailleurs, quelques exemples de réalisation seront présentés dans la suite et seront classés suivant l'année d'apparition.

### ➤ *Touches piézoélectriques développées par M.I.T*

Ce prototype a été breveté en 1999 par la société Compaq Computer Corporation [PAR 01]. Ce brevet concerne la récupération de l'énergie mécanique dissipée lors de la frappe des touches d'un clavier d'ordinateur. En effet, chaque touche est munie à sa base d'un aimant qui, lorsque l'on appuie sur la touche, s'enfonce dans une bobine et joue le rôle d'une microgénératrice de courant permettant la charge d'un condensateur (Fig. I.20a).

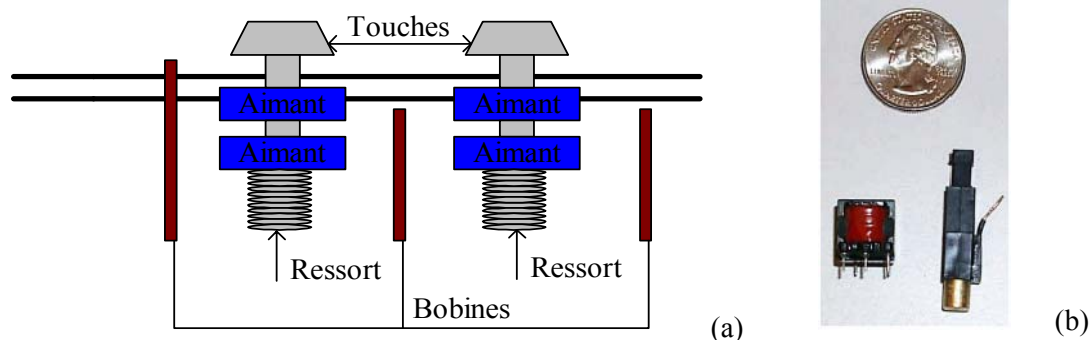


Fig. I.20 : (a) Schéma simplifié des touches de clavier, (b) Prototype de touches piézoélectrique du M.I.T [PAR 01]

Dans le but d'assurer les objectifs de compacité, de simplicité et de faible coût, les chercheurs du M.I.T Media Lab ont réalisé un démonstrateur simple d'un bouton poussoir piézoélectrique alimentant un émetteur destiné à l'identification par radiofréquence (*Fig. I.20b*). Après chaque impact, l'élément piézoélectrique vibre à sa fréquence de résonance (déformation longitudinale en dynamique : compression/traction) afin de maximiser le rendement de la conversion mécano-électrique. L'énergie générée à chaque pression est de  $2\text{ mJ}$ . En sortie du régulateur de tension, il reste  $0,5\text{ mJ}$  pour alimenter l'ensemble encodeur/émetteur, qui consomme  $150\text{ }\mu\text{J}$  pour une transmission de  $20\text{ ms}$ . Même si ce démonstrateur (bouton poussoir piézoélectrique) fonctionne, il reste encore à l'améliorer. Une étude de la fatigue des éléments piézoélectriques semble nécessaire afin d'étudier les impacts répétés qui peuvent entraîner l'endommagement des matériaux piézoélectriques

➤ **Dispositifs rotatifs piézoélectriques développés par A.T.S**

Un brevet Japonais propose une structure rotative fondée sur les chocs [ATS 02]. La partie centrale est équipée de plaques piézoélectriques réparties d'une manière uniforme. La rotation de la tige de ce dispositif induit la rotation de la partie centrale. Ceci engendre la percussion des éléments piézoélectriques par les masselottes fixées sur le cylindre extérieur par l'intermédiaire de tiges (*Fig. I.21a*). Une version inversée est proposée avec des plaques piézoélectriques positionnées sur le cylindre extérieur et munie des masselottes fixées sur la partie centrale par des tiges. Une fois le dispositif en mouvement, les masselottes percutent les éléments piézoélectriques. Aucune donnée numérique n'est en revanche mentionnée dans ce brevet, mais nous pouvons supposer que ce dispositif permet un fonctionnement en dynamique, notamment lorsqu'il est soumis à des chocs (*Fig. I.21b*).



*Fig. I.21 : Dispositifs rotatifs fonctionnant en régime dynamique [ATS 02]*

L'avantage de ces deux architectures repose sur la répétitivité des chocs avec laquelle les masselottes percutent toutes en même temps les systèmes piézoélectriques dans les mêmes positions lors de la rotation de la partie centrale. Ceci est dû à la symétrie et la régularité de la répartition des plaques minces des matériaux piézoélectriques, que ce soit sur la partie centrale ou sur le cylindre extérieur. Un exemple d'application d'un tel système consiste à coupler l'axe de rotation avec une hélice afin de transformer un flux linéaire (air, eau...) en un mouvement rotatif et de créer une génératrice hydraulique.

➤ **Prototype piézoélectrique fondé sur la dynamique développé par Roundy**

Roundy a proposé une macrogénératrice piézoélectrique d'un  $\text{cm}^3$  de volume [ROU 03]. Ce dispositif est constitué d'un bimorphe en titane de zirconium avec une poutre centrale en acier. Une masse est également fixée sur l'extrémité libre du convertisseur. L'excitation du convertisseur est effectuée par un excitateur électromagnétique à la fréquence de  $120 \text{ Hz}$  et une accélération de  $2,25 \text{ ms}^{-2}$ . Le coefficient de couplage piézoélectrique mesuré est égal à 0,12. Ce générateur, présenté sur la Fig. I.22, donne une puissance maximale de  $65 \mu\text{W}$  pour une charge résistive de  $200 \text{ k}\Omega$ . La puissance récupérée peut atteindre  $200 \mu\text{W}$  en utilisant une électronique de récupération mieux adaptée.

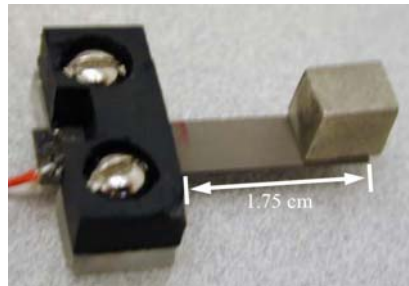


Fig. I.22 : Prototype du convertisseur piézoélectrique [ROU 03]

Dans ses travaux sur les systèmes autonomes, Ottoman a utilisé un générateur piézoélectrique du commerce [OTT 02, OTT 03 et LES 04]. Ces travaux ont prouvé que l'on peut charger une batterie à partir d'un générateur piézoélectrique excité à la résonance. Il arrive notamment à charger une batterie (d'une capacité de  $20 \mu\text{F}$ ) avec  $30,66 \text{ mW}$ , par ce générateur excité à  $50 \text{ Hz}$ . Dans cette même logique, A. Kasyap a fabriqué un convertisseur constitué par une poutre en aluminium de dimension  $203,2 \times 50,8 \times 3,175 \text{ mm}^3$  et d'un matériau piézoélectrique PZT de dimension  $50,8 \times 50,8 \times 0,254 \text{ mm}^3$ . Le rendement de ce convertisseur est égal à 20 %.

➤ **Dispositif piézoélectrique fondé sur les chocs développé au sein de FEMTO – ST**

Une étude sur un dispositif semblable au précédent a été menée en 2005 dans le cadre du projet VIBES et du projet ACI « Action Concertée Initiative : micro-énergie » par Cavallier *et al* au sein de l'institut FEMTO-ST (Electronique, Mécanique, Thermique et Optique - Sciences et Technologies) à Besançon [CAV 05]. Cette étude porte sur les aspects expérimentaux et simulations numériques de systèmes de récupération d'énergie fondés sur une excitation par choc. L'objectif de cette étude concerne la récupération de l'énergie mécanique d'une source de très basse fréquence et sa conversion en énergie électrique via des transducteurs piézoélectriques fonctionnant à hautes fréquences de résonance et en déformation longitudinale (compression et traction). Une première étude a eu pour but de démontrer la capacité des structures vibrantes à stocker l'énergie mécanique vibratoire puis à la restituer en énergie électrique par l'intermédiaire d'un transducteur piézoélectrique en PZT. Dans ce contexte, deux études qualitatives ont permis

de comparer deux dispositifs, le premier étant composé d'un boîtier dans lequel une mince plaque en PZT est insérée afin de fonctionner en compression (Fig. I.23a). Dans le second dispositif, un empilement d'une poutre de silicium collée entre deux plaques minces en PZT est inséré dans le même boîtier (Fig. I.23b).

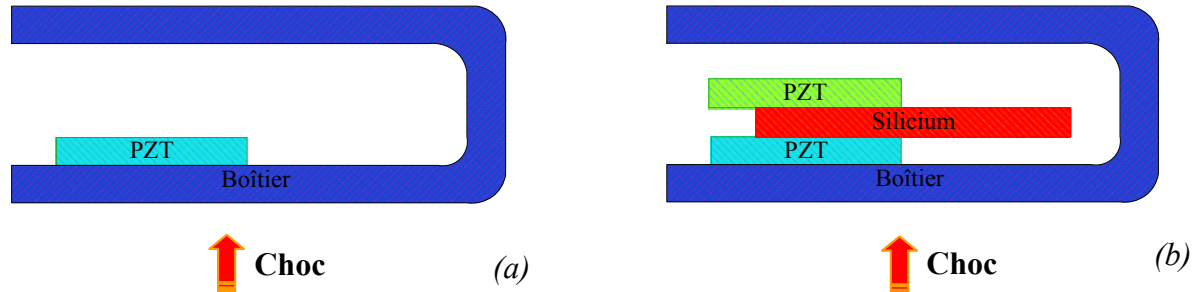


Fig. I.23 : Dispositifs avec PZT et PZT /SI / PZT

Le but est de montrer le rôle de la poutre comme élément de stockage de l'énergie transmise au système lors de l'excitation. Le choc est assuré par une bille en étain, de quelques grammes, en chute libre sur le boîtier. Le deuxième dispositif a produit une réponse électrique trois fois plus grande que le premier. Une illustration de la tension mesurée est présentée en Fig. I.24. Pour une charge résistive de  $1\text{ k}\Omega$ , ces dispositifs ont montré l'intérêt des structures vibrantes pour des applications destinées à la récupération d'énergie.

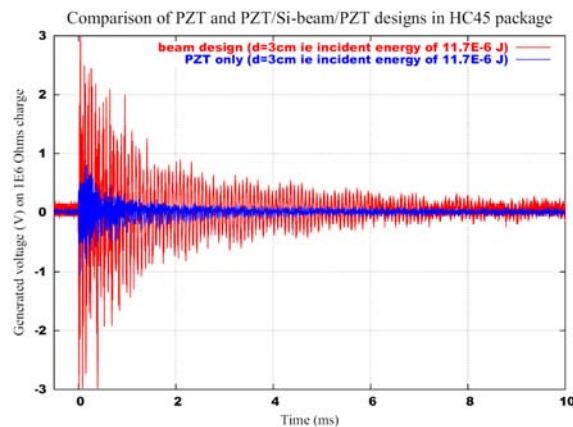


Fig. I.24 : Evolution de la tension générée par les deux systèmes en fonction du temps (bleu : structure présentée dans Fig. I.23a, rouge : structure présentée dans Fig. I.23b) [CAV 05]

### ➤ *Système à chocs développé au sein de FEMTO-ST de Besançon*

Dans le prolongement de l'étude précédente, un système fondé sur les chocs a été mis au point. Afin d'améliorer l'efficacité du précédent dispositif et compte tenu des contraintes imposées par le projet VIBES, un boîtier de  $14\text{ mm}$  de diamètre et de  $2,5\text{ mm}$  de hauteur a été utilisé, dans lequel sont placées une rosace en bronze de béryllium, des poutres en silicium (Si), des lames en PZT et des billes en acier (Fig. I.25a).



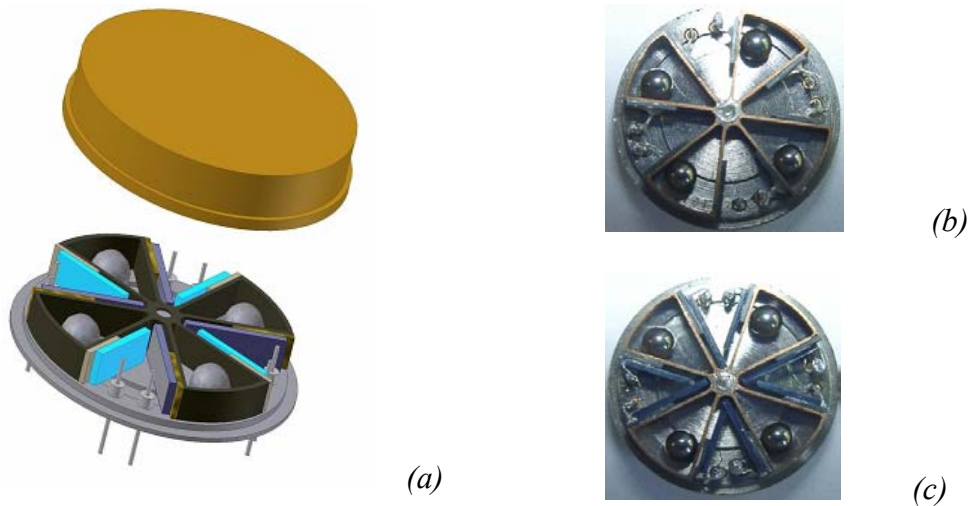


Fig. 1.25 : Dispositif cylindrique piézoélectrique basé sur le choc : PZT, PZT/Si/PZT [CAV 05]

Dans le premier dispositif cylindrique, le système piézoélectrique entier est formé uniquement de huit plaques minces en PZT fonctionnant en compression (Fig. 1.25b). Par contre, dans le deuxième dispositif, huit empilements de plaque minces en PZT sur plaque en silicium sont insérés (Fig. 1.25c). Une excitation à 6 Hz est appliquée par un pot vibrant sur l'ensemble connecté à une charge résistive de 26 k $\Omega$ . Cependant, la comparaison entre les résultats issus des deux dispositifs PZT et PZT/Si ne met pas en évidence l'apport de la poutre en silicium en tant qu'élément de stockage de l'énergie mécanique [HIR 05]. Il est à noter que les poutres en silicium ont été collées avec de la pâte d'argent, ce qui peut entraîner des pertes. Les dispositifs conçus par Cavallier et *al* [CAV 05] ont permis la récupération de 0,5  $\mu W$ . Une modélisation par éléments finis de chacun des dispositifs piézoélectriques a été réalisée en tenant compte de la charge résistive (Fig. 1.26).

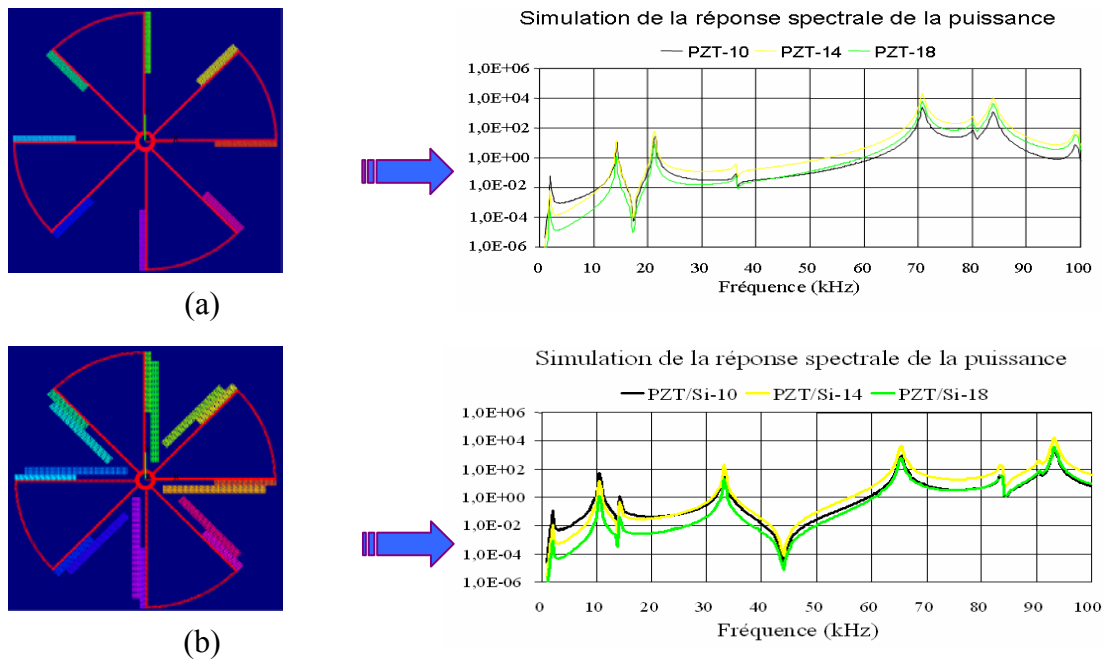


Fig. 1.26 : Analyse par éléments fini mise en œuvre pour le projet VIBES des dispositifs [CAV 05]



Ces modèles éléments finis ont permis l'optimisation de la charge résistive en fonction des conditions d'excitation et de propriétés physiques des matériaux. Cette étude a permis d'identifier la charge résistive pour laquelle la puissance récupérée est maximale quel que soit le dispositif utilisé. En outre, une bonne correspondance des modes entre les modèles éléments finis et l'expérience a été mise en évidence. Ceci montre les marges de manœuvre permettant d'optimiser un tel système de récupération d'énergie en vue d'une application basée sur l'énergie mécanique résultant de chocs.

### ➤ *Prototype piézoélectrique développé au TIMA de Grenoble*

La Fig. I.27 représente une image du microgénérateur fabriqué dans le cadre de la thèse M. Marzencki (projet VIBES) [MAR 06]. Le volume de ce microgénérateur est de  $2\text{ mm}^3$ . L'épaisseur de la couche supérieure de silicium est de  $5\text{ }\mu\text{m}$ , sur laquelle une couche de PZT ou de nitrure d'aluminium (AlN) est déposée. Grâce à des simulations par éléments finis, il a été possible d'estimer la tension et l'énergie récupérable à l'aide de cette structure. Pour une excitation du microgénérateur avec une accélération de  $5\text{ m.s}^{-2}$  et une fréquence de  $750\text{ Hz}$ , la puissance récupérée est d'environ  $80\text{ nW}$  (utilisation d'une résistance de charge de  $100\text{ k}\Omega$ ). Comme on le constate, la valeur de la puissance électrique est relativement faible.

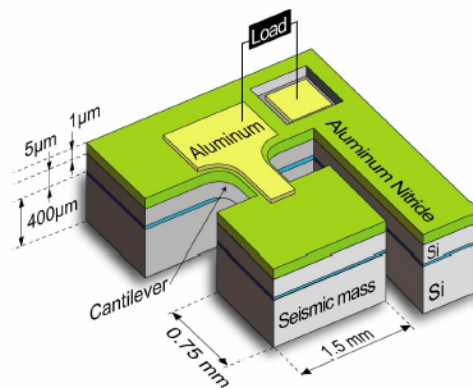


Fig. I.27 : Prototype du microconvertisseur piézoélectrique [MAR 06]

Cependant, Y. AMMAR s'est intéressé dans sa thèse aux méthodes qui permettent d'augmenter cette tension et l'énergie maximale pouvant être transmise à la charge [AMM 06]. Ces techniques sont dérivées de la technique d'amortissement structural semi passive SSDI (Synchronized Switch Damping on Inductor) développée initialement au laboratoire LGEF de Lyon (Laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité) [RIC 99 et GUY 00].

La technique SSDI est fondée sur l'addition de matériaux piézoélectriques sur le système mécanique vibrant. L'énergie de déformation due à la vibration du système est traduite par des contraintes mécaniques appliquées sur le matériau piézoélectrique. Ces contraintes génèrent une quantité de charge électrique sur le matériau piézoélectrique. Un composant électrique passif connecté avec le matériau piézoélectrique transfère une partie de cette énergie mécanique sous

forme électrique. Ce transfert entraîne alors un amortissement mécanique. Plus l'énergie transmise à la charge est grande, plus l'amortissement est important. Ceci est réalisé par l'addition d'une inductance dont l'impédance est le dual de l'impédance interne de l'élément piézoélectrique. Une technique dite SSHI (Synchronized Switch Harvesting on Inductor) apparue récemment, utilise le même principe que la technique SSDI, mais a pour but d'augmenter la valeur d'énergie récoltée à partir d'un générateur piézoélectrique [LEF 06 et AUD 03].

### ➤ *Discussion*

Dans cette étude bibliographique, on peut retenir qu'un grand nombre d'équipes de recherches s'implique dans la conception et la fabrication de générateurs qui permettent de récupérer l'énergie ambiante. En revanche, on constate que la réduction des dimensions s'accompagne d'une réduction de l'énergie récupérée mais aussi de l'amplitude des tensions générées ce qui rend l'étude comparative relativement difficile. Les différents types de sources d'énergie sont classés dans le *Tab. I.4* selon les énergies ou puissances électriques approximatives publiées.

Sources d'énergie	Energie ou Puissance électrique	Remarques
Uranium	73 (milliard de joules par gramme)	Centrale nucléaire [WS-CEA] : énergie très importante (63 GW en France) mais très polluante.
Charbon	510 (milles joules par gramme)	Energie importante mais très polluante [WS-CEA].
Pétrole	42 (milles joules par gramme)	Pétrole raffiné: énergie importante mais très polluante [WS-CEA].
Flux du vent	1 - 5 (MW)	Eolienne (vitesse du vent de 5 m.s <sup>-1</sup> ) [WS-PAG] : énergie propre.
Solaire	150 -15000 ( $\mu W/cm^3$ )	Panneau solaire : 6 $\mu W.cm^{-3}$ [PES 02] : énergie propre.
Humaine	330 ( $\mu W/cm^3$ )	Chaussures avec modules piézoélectriques [CHI 02] : énergie propre.
Vibration	200 ( $\mu W/cm^3$ )	[ROU 03] : énergie propre.
Batteries rechargeables	40 - 800 (Wh/Kg)	[LAH 02 et SAD 02] : énergie polluante.
Thermique	15 ( $\mu W/cm^3$ )	Différence de température de 10 °C [STO 97] : énergie propre.

*Tab. I.4 : Une comparaison entre les différentes sources d'énergie*

#### 4. Choix de l'architecture du microconvertisseur de départ

Chacune des études présentées au paragraphe 3.4.3 illustre un exemple intéressant de conversion d'énergie mécanique vibratoire en énergie électrique destinée à l'alimentation électrique de circuits électroniques autonomes de faible consommation. Bien que ces différentes études aient abouti à des résultats encourageants, la plupart ne s'appuie pas sur une analyse approfondie des phénomènes physiques mis en jeu, en particulier lors de la conversion des effets excitateurs en effets mécaniques exploitables pour la récupération d'énergie. Comme on l'avait remarqué, ces différents exemples reposent sur des architectures de câblage et d'adaptation des contraintes et des fréquences destinées à augmenter la puissance électrique récupérable. D'autre part, le rendement de ce dispositif peut augmenter par l'intermédiaire d'un système d'optimisation de type SSHI ou SSHC [**LEF 06** et **AMM 06**].

La comparaison du système fonctionnant en régime dynamique (exemple : bouton poussoir piézoélectrique) avec celui des chaussures (système quasi-statique) montre que les énergies électriques récupérées sont du même ordre de grandeur. Les dimensions de la plaque piézoélectrique utilisée dans la chaussure sont beaucoup plus grandes que celles utilisées dans les boutons poussoirs piézoélectriques. Cependant, on se rend compte de l'avantage que peut apporter un système de récupération d'énergie qui fonctionne en régime dynamique. L'utilisation d'un matériau piézoélectrique relativement rigide dans le talon d'une chaussure rend l'application de récupération d'énergie peu rentable car sa déformation devient très faible. Par contre, l'utilisation d'un matériau piézoélectrique souple augmente l'énergie de déformation longitudinale en compression, ce qui augmente l'énergie récupérée, sauf que la chaussure devient désagréable à utiliser et nuit à l'équilibre de l'utilisateur. En revanche, l'énergie vibratoire est disponible à loisir dans notre entourage, ce qui favorise le choix des systèmes fonctionnant en régime dynamique.

Cette étude bibliographique nous a convaincu qu'une architecture de microconvertisseur d'énergie mécanique vibratoire en énergie électrique fonctionnant en régime dynamique représente un bon choix. Le microsystème prévu dans ce travail de recherche est inspiré du système développé par Roundy [**ROU 03**]. Il présente une fréquence caractéristique de l'ordre du *kHz*. Nous décidons ensuite de mettre en œuvre une conversion mécano/mécanique (basse - haute fréquence) afin d'adapter les spectres basses fréquences de la source aux fréquences propres élevées du microsystème. Deux solutions permettent d'effectuer ce transfert de domaine fréquentiel. La première solution est fondée sur une excitation par chocs et la deuxième solution est fondée sur l'utilisation de systèmes bistables, qui demande une force extérieure pour franchir une position d'équilibre instable. Nous avons choisi d'étudier la solution basée sur l'exploitation des chocs mécaniques.

L'architecture du microconvertisseur proposée dans la Fig. I.27 repose sur la vibration de la poutre de silicium, qui provoque la déformation en compression/traction de transducteurs placés à l'encastrement suivant la direction longitudinale.

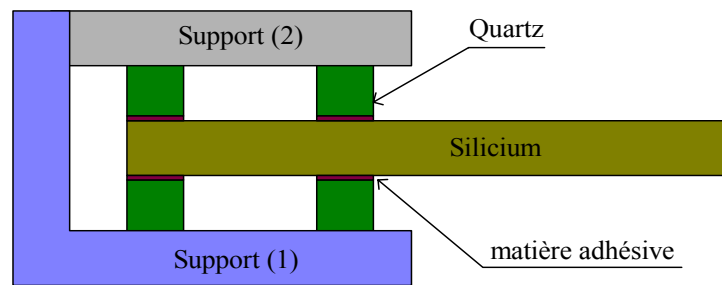


Fig. I.27 : Schéma simplifié de l'architecture du microconvertisseur

La poutre est choisie pour sa simplicité et pour sa capacité de vibrer à « hautes fréquences » sachant que l'on cherche à favoriser le premier mode fondamental de flexion. A l'encastrement, l'énergie de déformation en flexion de la poutre de silicium est maximale, ce qui engendre une déformation maximale des transducteurs. Avec ce choix d'architecture, on couple ainsi le mode de flexion de la poutre avec l'effet de compression/traction des transducteurs à l'encastrement pour une efficacité optimale de conversion. L'usage de monocristaux piézoélectriques est également préconisé compte tenu de leurs forts couplages piézoélectriques par rapport aux films minces (obtenus par pulvérisation cathodique) souvent mal maîtrisés. L'assemblage du microsystème avec les supports (1 et 2) est envisagé avec des vis. Le transfert de domaine fréquentiel permet une conversion cyclique, et à haute fréquence, d'une petite quantité d'énergie mécanique vibratoire  $E_c$  en énergie électrique à chaque période de vibration (Fig. I.28).

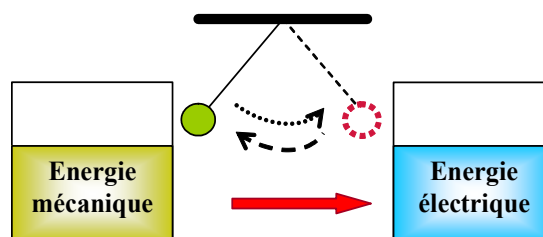


Fig. I.28 : Schéma simplifié de la conversion d'énergie mécano/électrique

Au fur et à mesure que la fréquence de conversion  $f_c$  augmente, la puissance convertie  $P_c$  augmente à condition qu'il y ait suffisamment d'énergie mécanique dans le microsystème pour entraîner ce régime, ce qui explique le choix d'un fonctionnement à la fréquence de résonance ( $P_c [W \equiv J.s^{-1}] = E_c / \tau_c = E_c \times f_c$ ) ( $\tau_c$  : temps de conversion). Cette expression de la puissance montre l'importance de fonctionner à haute fréquence. Un schéma explicatif du principe de fonctionnement de la microgénératrice est illustré sur la Fig. I.29.

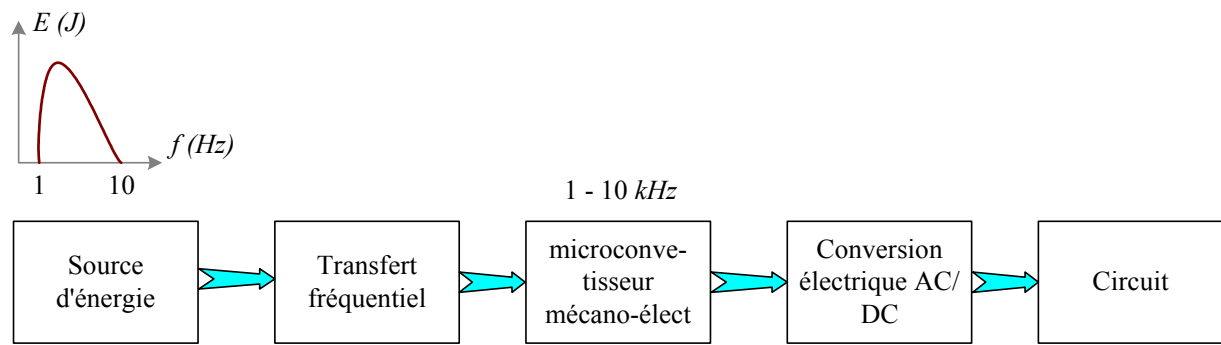


Fig. I.29 : Schéma simplifié de fonctionnement du microconvertisseur mécano-électrique

Le convertisseur électrique AC/DC sert à redresser et intégrer le signal électrique alternatif (AC) afin de l'adapter au niveau de tension électrique continue souhaitée (DC). Afin de s'assurer du bon fonctionnement de ce microsystème, il est judicieux d'analyser de près la qualité du microconvertisseur (dissipation de l'énergie) et le transfert de domaine fréquentiel de l'énergie (mécanique/mécanique).

## 5. Synthèse et conclusion

Tout au long de ce chapitre, la problématique de récupération d'énergie par des matériaux piézoélectriques a été présentée et discutée. Cette application a vu le jour depuis quelques années, lorsque plusieurs groupes de recherche se sont intéressés à cette discipline. Cependant, jusqu'à maintenant, seule une faible portion d'énergie mécanique récupérée peut être convertie en énergie électrique destinée à l'alimentation d'appareils portables de faible consommation. Les systèmes de conversion d'énergie les plus répandus sont ceux de types électromagnétiques et piézoélectriques. Les systèmes électromagnétiques sont les plus anciens, ce qui justifie leur maturité vis-à-vis des systèmes piézoélectriques. Cependant, ces derniers sont en pleine expansion depuis ces dernières années et suscitent un intérêt marqué dans la communauté scientifique. Même si les systèmes piézoélectriques délivrent peu d'énergie (quelques milliwatts), les matériaux piézoélectriques offrent l'avantage d'être compacts et donc facilement intégrables dans n'importe quel générateur. La spécificité de ces matériaux piézoélectriques réside dans leur rigidité. Cette caractéristique leur confère une bonne résistance aux efforts élevés. Ceci se traduit par de faibles amplitudes de déformation, excepté si le transducteur fonctionne à la résonance. Nous cherchons donc à exploiter des points de fonctionnement proches des résonances structurelles et des moyens d'excitation favorables en ce sens.

Les systèmes piézoélectriques sont divisés en deux catégories : la première repose sur la déformation en régime quasi-statique des matériaux piézoélectriques ; la deuxième est fondée sur leur déformation en régime dynamique. Dans ce cadre, plusieurs exemples ont été illustrés et détaillés dans la bibliographie. Le choix de la catégorie de fonctionnement des systèmes

piézoélectriques dépend de l'application visée et de la quantité d'énergie mécanique disponible dans cet environnement susceptible d'exciter le transducteur piézoélectrique. Dans ces différentes études, très peu d'entre elles fait ressortir les principes physiques limitant l'efficacité des conversions mécaniques et électromécaniques. C'est pourtant dans la compréhension de ces mécanismes que nous pouvons trouver les clés de l'optimisation du convertisseur d'énergie mécanique en énergie électrique. Les origines de ces limitations sont nombreuses : microglissement, rayonnement acoustique, pertes thermodynamiques, pertes structurales et problèmes d'échelles et de transfert d'énergie basse fréquence – haute fréquence. L'étude de chacun de ces aspects permet de guider la phase de conception de notre microconvertisseur et de déterminer un point d'utilisation optimal de l'énergie disponible.

Dans ce travail de recherche qui s'inscrit dans le cadre du projet européen VIBES et d'une ACI nationale micro-énergie, une architecture de microconvertisseur la plus simple possible, composée d'une poutre en silicium collée et couplée à l'encastrement avec quatre éléments de transduction piézoélectrique massifs, est choisie. Cette architecture de départ est destinée à remplacer les architectures bimorphes dans lesquelles les structures oscillantes sont recouvertes d'un film mince de matériau piézoélectrique obtenu par une technique de dépôt physique. Cette thèse se focalise sur la faisabilité d'un microconvertisseur fonctionnant en dynamique en étudiant les pertes d'énergie par l'effet de l'air, les pertes engendrées par le phénomène de microglissement sur des structures encastrées-libres. Une étude de l'effet de l'air sur des structures collées avec différentes matières adhésives est également effectuée, ce qui nous incite à choisir une architecture de microconvertisseur plus efficace. Elle est constituée d'une poutre en silicium collée sur deux transducteurs en niobate de lithium. Le transfert de l'énergie mécanique de basse fréquence à haute fréquence est largement étudié puis un modèle analytique de conversion est proposé.

## **CHAPITRE II**

**ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE NON LINEAIRE DE  
PETITES STRUCTURES ATTACHEES :**

**INVESTIGATION DES EFFETS DE L'AIR AMBIANT ET DU  
MICROGLISSEMENT SUR SON AMORTISSEMENT ET SES  
FREQUENCES PROPRES**

## **CHAPITRE II : ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE NON LINEAIRE DE PETITES STRUCTURES ATTACHEES : INVESTIGATION DES EFFETS DE L'AIR AMBIANT ET DU MICROGLISSEMENT SUR SON AMORTISSEMENT ET SES FREQUENCES PROPRES**

### **A. INTRODUCTION**

Cette étude s'inscrit dans le cadre d'un travail préliminaire de conception de notre microconvertisseur d'énergie mécanoélectrique, destiné à remplacer les piles électriques. L'architecture de départ du microconvertisseur repose sur une structure principale de poutre en silicium assemblée avec quatre éléments de transduction piézoélectrique à l'encastrement. Dans ce cadre, la caractérisation des effets de l'air et d'encastrement par assemblage vissé et leurs influences sur le comportement dynamique (fréquences propres et amortissement modal) d'une structure de petite taille est une étape primordiale. Nous utilisons ces paramètres pour définir nos critères d'optimisation (amortissement le plus faible possible).

Dans le cas des microsystèmes, les sources d'amortissement peuvent s'avérer très importantes. La dissipation de l'énergie au point de serrage est classée parmi les sources les plus importantes car les interfaces en contact ne sont jamais parfaitement lisses. La propagation de l'onde acoustique émise par la structure vibrante influence également le rendement du microsystème [STA 90 et ZAN 92]. Une structure vibrante dans un milieu fluide ouvert rayonne de l'énergie d'autant plus efficacement que son impédance acoustique est proche de celle du milieu. Cette source de pertes peut également s'avérer critique. L'amortissement visqueux entre la structure vibrante et le milieu ambiant peut être distingué en amortissement engendré par la présence d'un corps rigide proche de la structure en mouvement (amortissement dû à l'air confiné) et amortissement engendré par la présence de l'air libre [TER 88, CHO 93, NOU 07 et HOS 95].

Compte tenu de l'importance de ces phénomènes de dissipation de l'énergie, une étude de l'effet de l'air et du microglissement sera développée dans ce chapitre pour trois matériaux différents : le quartz, le silicium et le niobate de lithium. Dans ce chapitre, l'énergie dissipée par l'effet de l'air ambiant sera effectuée via des essais en mode vibratoire. Les comportements dynamiques des poutres encastrées d'un côté par l'intermédiaire de quatre vis et libres de l'autre côté seront étudiés expérimentalement. Les poutres de silicium, de quartz et de niobate de lithium seront d'abord excitées en régime forcé de type bruit blanc. L'analyse des fonctions de réponse en fréquence « FRF » enregistrées sera effectuée en utilisant une technique de lissage linéaire. L'excitation forcée de la structure sera ensuite remplacée par une excitation en sinus interrompu dite « essai de lâcher libre ou dynamique ». L'identification des paramètres modaux à partir de ces essais de lâcher dynamique sera alors effectuée par la méthode de la transformée en



Ondelettes (*TO*) à valeurs complexes [KUM 97 et MAL 00]. L'amplitude de la *TO* est liée au coefficient d'amortissement et sa phase à la fréquence propre du mode considéré [RUZ 97, SLA 03, LAR 04, HEL 05 et NOU 07]. Cette méthode permettra d'identifier les paramètres instantanés en fonction de l'amplitude de vibration de la structure. Ces essais seront ensuite effectués à des niveaux de pression dans l'enceinte entre le vide primaire et la pression atmosphérique. La confrontation entre les résultats expérimentaux, obtenus via les essais vibratoires en bruit blanc et les essais de lâcher dynamique, et le modèle théorique de Hosaka *et al* [HOS 95] sera reportée pour la structure de silicium.

Une modélisation par éléments finis du microglissement observé sur la structure en quartz sera mise au point, sachant que l'amortissement identifié sur cette poutre est très proche de celui identifié sur la poutre en niobate de lithium. Dans ce but, la loi de Coulomb régularisée sera implantée dans le code de calcul « Comsol Multiphysic » suivi d'une étape d'optimisation à base d'algorithmes génétiques et de réseaux de neurones. Dans la dernière partie de ce chapitre, la caractérisation expérimentale effectuée sur trois structures (silicium avec niobate de lithium) collées par une couche de résine de SU8 de 5  $\mu m$  ou 1  $\mu m$  et une couche d'or compressé (200 nm) sera décrite afin de comparer leur dissipation d'énergie avec celles obtenues avec les structures bridées.

## 1. Origine des pertes d'énergie mécanique d'une structure

Les vibrations dans un système mécanique résultent d'un transfert alternatif entre l'énergie potentielle de déformation et l'énergie cinétique qui perdureraient en l'absence de dissipation dans un système idéal. La dissipation d'énergie présente dans chaque système réel réduit progressivement l'amplitude du mouvement jusqu'à atteindre l'équilibre dynamique dans le cas d'une excitation en régime forcé, ou jusqu'au repos en l'absence d'excitation. On définit le facteur de qualité  $Q$  comme étant le rapport entre l'énergie mécanique (déformation et cinétique), notée  $E_m$ , présente dans la structure et l'énergie perdue ou dissipée, notée  $E_d$ , par cette même structure [GOO 56, OSI 98 et HEL 05] par l'expression suivante (Eq. II.1) :

$$Q = \frac{2\pi \times (\text{Energie mécanique du système})}{\text{Energie dissipée}} = \frac{2\pi E_m}{E_d} \quad (\text{Eq. II.1})$$

Les sources d'amortissement mécanique sont diverses et la Fig. II.1 résume les phénomènes physiques les plus souvent rencontrés à l'origine de la diminution d'énergie mécanique de la structure étudiée, supposée plongée dans l'air. Ces phénomènes sont respectivement :

- Frottement (ou friction) à l'encastrement correspondant à une partie des pertes notées  $\xi_1$ ,
- Dissipation interne correspondant aux pertes intrinsèques du matériau (y compris les pertes thermoélastiques) notées  $\xi_2$ ,

- Interaction entre fluide et structure (avec notamment le rayonnement acoustique dans l'air) et solide/solide (l'encastrement) correspondant en partie aux pertes notées  $\xi_3$ ,  $\xi_4$ , et  $\xi_1$ .

L'énergie mécanique perdue par la structure est donc soit dégradée sous forme de chaleur dans le matériau (une élévation de la température de celui-ci est alors notable), soit évacuée vers l'extérieur de la structure par rayonnement (acoustique, infrarouge...), soit stockée à l'intérieur du matériau (par exemple, le développement d'un réseau de dislocations induit par des déformations plastiques : dissipation interne...).

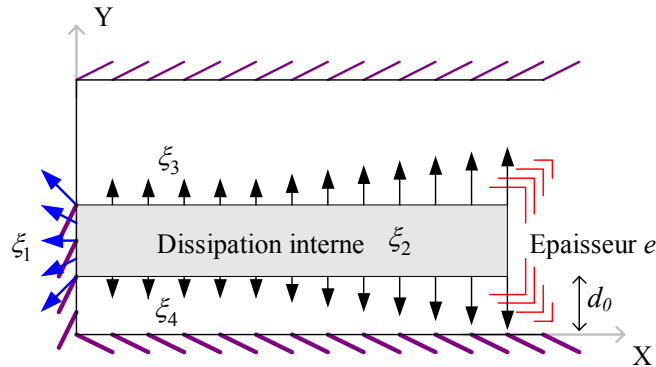


Fig. II.1 : Schéma explicatif des différents amortissements d'une structure solide

Plus les dissipations sont importantes et plus le facteur de qualité est faible. Pour être efficace, un microconvertisseur d'énergie mécanique vibratoire en énergie électrique doit donc présenter les plus faibles pertes. L'expression suivante traduit la relation entre l'amortissement total  $\xi$  et le facteur de qualité  $Q$  (Eq. II.2) :

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = \frac{1}{2Q} \quad (\text{Eq. II.2})$$

## 2. Amortissement interne à la structure

Les dissipations internes correspondent à l'ensemble des phénomènes physiques apparaissant dans la structure et qui sont à l'origine de déformations, de micro-déformations ou de mouvements irréversibles au sein du matériau. Dans les matériaux cristallins, ces phénomènes sont généralement connus comme pouvant être de la diffusion moléculaire ou atomique, des mouvements entre grains (glissement inter-granulaire...), du maclage, de la création de dislocations ou des mouvements de celles-ci [DAK 06 et 07]. L'amortissement interne est relativement faible dans les métaux et les matériaux monocristallins [HOS 95]. En revanche, le bois, les composites et les matériaux plastiques possèdent des amortissements internes plus importants dépendant fortement de l'amplitude des contraintes appliquées. Pour le silicium, la valeur de l'amortissement est égale à  $2,5 \times 10^{-4} \%$  [BLO 92] (la gamme de fréquence de validité

de cette valeur n'a pas été précisée). Il est à noter que les dissipations internes ne dépendent pas uniquement des niveaux de contrainte ou de déformation mais aussi du comportement mécanique du matériau qui peut être dissipatif (comportement viscoélastique, comportement plastique ou comportement combiné), des conditions aux limites mais aussi de la température [FRA 95].

Il est aussi à préciser que dans des matériaux que l'on qualifie de « quasi-parfaits » ou « parfait » (ces matériaux sont par exemple des monocristaux avec assez peu de défaut qui sont utilisés dans des structures du type résonateur), la dissipation thermoélastique est la source de dissipation d'énergie mécanique la plus importante. Cette dissipation résulte d'un couplage entre le comportement mécanique du matériau et la thermique [PAN 99, LIF 00, SRI 02, NOR 04 et GRE 07] dans une structure soumise à un chargement mécanique non homogène. Par exemple, pour une poutre en flexion, la partie de la poutre qui travaille en traction tend à se refroidir (comme le fait un gaz qui se détend) alors que la partie de la poutre qui travaille en compression tend à se réchauffer (comme le fait un gaz qui est comprimé). Des flux de chaleur s'établissent alors au sein de la poutre entre les zones sous pression mécanique et les zones en dépression au rythme de la fréquence des vibrations. Il en découle une dissipation interne d'énergie d'autant plus importante que ces flux sont importants.

### 3. Microglissement à l'encastrement de la structure

Les structures maintenues par un simple contact sont en général l'objet d'une dissipation importante au niveau de leurs encastrements lorsque les matériaux en contact font l'objet de microglissement [GOO 56, TOU 99 et SCH 99]. Un serrage des différents éléments de la structure à l'encastrement permet d'assurer le maintien de ce contact et revient à introduire une pression souvent importante. Ce contact s'établit par l'intermédiaire d'aspérités même si les surfaces des éléments sont parfaitement polies. A l'échelle de la microgéométrie, le phénomène de microglissement peut se décomposer en trois stades principaux. Le premier stade se résume en une déformation élastique, puis plastique accompagnée d'une interpénétration des aspérités. Dans un deuxième stade, les aspérités développent des liaisons adhésives ou des jonctions entre elles appelées aussi microcontacts. Dans un troisième stade, le cisaillement de ces jonctions se produit et un microglissement global apparaît pouvant être accompagné d'un retour élastique local (au niveau des aspérités). Sous vibrations, la résistance au microglissement correspond aux interactions entre ces aspérités qui dissipent localement l'énergie mécanique par frottement pendant les stades de la formation et de la séparation des microcontacts.

### 4. Interaction entre fluide et structure

Ce paragraphe a pour objectif de discuter de l'interaction entre une structure vibrante et le fluide qui l'environne et de présenter les différentes manifestations observables qu'en

découlent. Il s'agit bien sûr de parler des effets combinés supplémentaires apportés par le fluide à la structure sur son amortissement et son inertie, mais aussi, de parler du rayonnement acoustique et du champ de pression émis par celle-ci.

Dans les « Techniques de l'Ingénieur », messieurs J.F. Boisseau et B. Garnier [BOI] commencent par nous avertir : Même si toute vibration de structure met en mouvement les molécules du fluide l'environnant, il y a égalité des vitesses à l'interface entre fluide et structure, et, il n'y a qu'une fraction de cette agitation du fluide qui se propage au loin pour produire du bruit rayonné (on parle alors de champ lointain). La zone immédiatement voisine de la structure (on parle ici de champ proche) est donc le siège d'un réarrangement important entre le champ vibratoire de la structure et le champ acoustique. Les mouvements de fluide non-rayonnants acoustiquement sont souvent appelés pseudo-son (on parle aussi de champ évanescent).

Ces auteurs nous expliquent qu'un premier élément important est que ces mouvements de fluide ne sont pas négligeables, car, vus de la structure, ils contribuent à l'accroissement d'inertie qu'apporte le fluide à celle-ci. On parle de masse ajoutée à la structure. Un ralentissement des ondes vibratoires de la structure par rapport à une situation dans le vide est alors notable (quelques pour-cent dans l'air, mais près de 50% dans l'eau dans un cas typique de coque de navire). Il se traduit aussi à la résonance par une augmentation des fréquences propres de la structure avec la diminution de la pression du gaz environnant ou la diminution de la masse volumique du fluide environnant. Ces auteurs ajoutent encore un deuxième élément important : le son se propage sans déformation dans le fluide, à une vitesse constante caractéristique de celui-ci ( $340 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'air et  $1450 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'eau, à température ambiante et pression atmosphérique normale), tandis que la propagation dans la structure solide est beaucoup plus complexe (les différentes ondes interviennent concomitamment, déforment le signal et créent de multiples interférences). Les ondes plus rapides que la vitesse du son dans le fluide environnant sont dites *supersoniques*, celles qui sont plus lentes *subsoniques*, et la situation transsonique intermédiaire, rare, d'égalité, est dite de *coïncidence*.

Afin de bien illustrer le rayonnement acoustique et le champ de pression émis par une structure, trois cas sont distingués par la suite :

#### • 1<sup>e</sup> Cas : Structure d'étendue infinie et ondes subsoniques

Dans ce cas, en l'absence d'amortissement, les ondes mécaniques *subsoniques* ne produisent aucun rayonnement acoustique et créent seulement une fluctuation du champ de pression le long de l'interface qui s'inverse à chaque demi période de la vibration [BOI] (Fig. II.2a). La zone immédiatement voisine de la structure est le siège de fluctuations de pression (en sens opposé) qui se compensent mutuellement avec l'éloignement pour finir par s'annuler à

longue distance car la longueur d'onde acoustique est inférieure à la longueur d'onde mécanique. Cette structure particulière n'émet donc aucun champ de pression au loin et elle reste discrète.

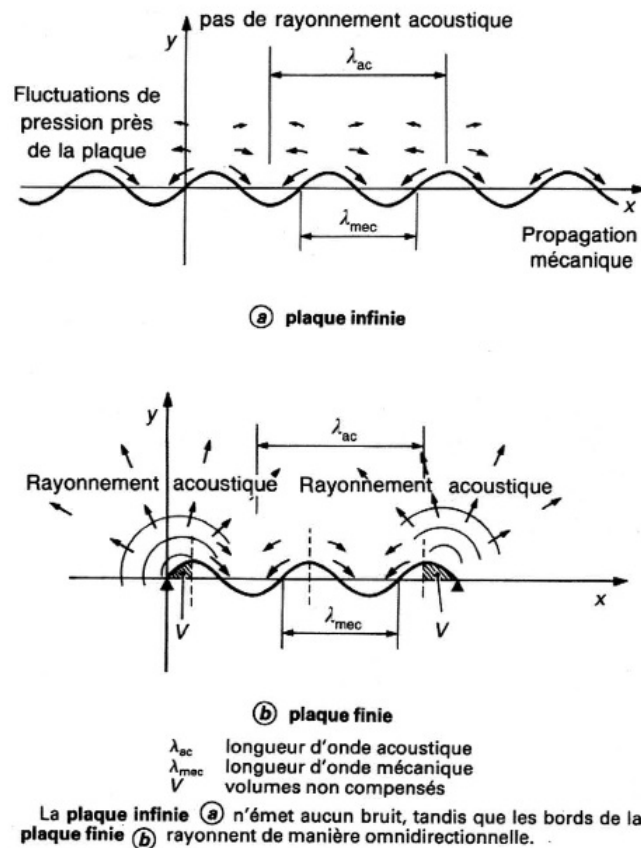


Fig. II.2 : Rayonnements acoustiques d'une onde vibratoire SUBSONIQUE d'une plaque infinie (a) et d'une plaque finie (b) d'après [BOI].

## • 2<sup>e</sup> Cas : Structure finie (avec des bords) et ondes subsoniques

Dans ce cas et toujours pour des ondes mécaniques subsoniques, on peut expliquer la génération d'un champ de pression émit par le fait que les bords ou les singularités de la structure créent des dissymétries qui ne permettent pas au déplacement mécanique induit de compenser les effets de vibrations subsoniques (comme dans le cas précédent) : Il subsiste des zones excédentaires ou déficitaires, qui se comportent alors en sources de bruit efficaces (Fig. II.2b). Une telle source de fluctuations de volume (notée  $V$  sur la Fig. II.2) et de pression acoustique, géométriquement localisée, correspond à un « monopôle » acoustique et rayonne au loin également dans toutes les directions.

## • 3<sup>e</sup> Cas : Ondes supersoniques

Dans ce cas, pour toute structure vibrante et dès que la condition de vitesse de propagation des ondes mécaniques supersoniques dans la structure est vérifiée, un couplage

fluide/structure se produit avec un rayonnement acoustique dans le fluide [BOI]. Comme la longueur d'onde acoustique est supérieure à la longueur d'onde mécanique, les ondes mécaniques supersoniques, se couplent avec un rayonnement acoustique très directif, dans la direction déterminée par l'égalité des projections des longueurs d'onde respectives suivant la loi de Snell (Fig. II.3) ; Les composantes suivant l'axe parallèle à la paroi entre fluide et structure (l'axe x sur Fig. II.3) des nombres d'onde vibratoire et acoustique coïncident alors.

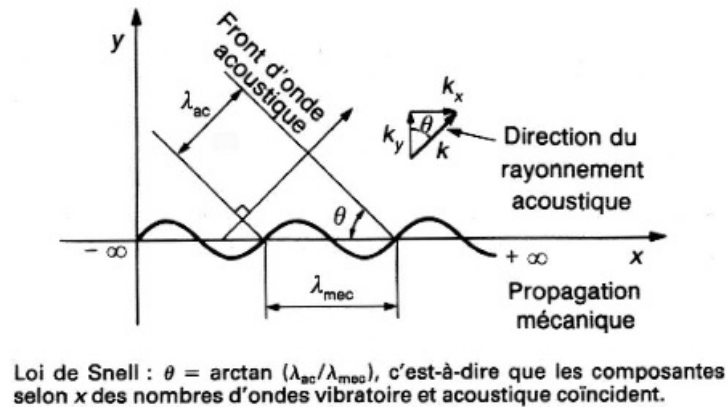


Fig. II.3 : Rayonnements acoustiques d'une onde vibratoire SUPERSONIQUE d'une plaque infinie d'après [BOI].

D'une manière générale, les ondes mécaniques supersoniques, bien que rayonnantes sur toute la surface de la structure (Fig. II.3), ne contribuent pas significativement au rayonnement acoustique, car elles mettent en jeu des déplacements des parois suivant la normale qui ne sont que du deuxième ordre vis-à-vis de la réponse élastique de la structure. A l'inverse, bien que le plus souvent subsonique, les effets de flexion induisent de grands déplacements radiaux et contribuent au rayonnement de façon majeure du fait des effets de bord et autres singularités que révèle par exemple l'imagerie acoustique [BOI]. Le résultat pratique reste alors que les conditions aux limites et les effets de bord déterminent le champ de pression effectivement rayonné par une structure vibrante, beaucoup plus que les autres mécanismes décrits ci-dessus dans une situation idéalisée.

Même pour un fluide idéal (sans amortissement), le rayonnement acoustique ou le champ de pression émis se traduit par un prélèvement d'énergie mécanique à la structure qui engendre un amortissement de celle-ci et une réduction du facteur de qualité par rapport à une configuration dans le vide. Ce phénomène peut être pris en compte par une simulation numérique en utilisant par exemple des fonctions de Green [KIN 87]. En l'absence de fluide, par exemple sous vide secondaire le rayonnement acoustique n'existe plus dans le milieu ambiant alors qu'il peut subsister au niveau de l'encastrement (interaction entre solide/solide). Enfin, il est à noter que la part de l'amortissement de la structure induit par le fluide dépend de plusieurs facteurs,

dont sa masse volumique, sa vitesse de propagation des ondes dans celui-ci et les caractéristiques de masse et de rigidité de la structure elle-même.

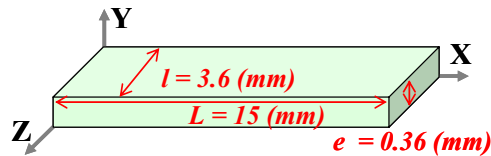
Dans cette introduction (partie A), nous avons fait le bilan des différentes sources de perte d'énergie mécanique d'une structure vibrante : l'amortissement interne à la structure, le microglissement à l'encastrement et l'interaction entre fluide et structure et structure/structure. Les effets associés à cette interaction sont le rayonnement acoustique ou le champ de pression émit, l'inertie et l'amortissement qu'apporte le milieu environnant. Il est à noter que l'effet d'inertie (ou de masse ajoutée) par le fluide n'a d'influence que sur la célérité des ondes et sur les fréquences propres. Enfin, le rayonnement acoustique à l'encastrement (contact entre solides) est toujours présent.

Dans la suite de ce chapitre, une quantification de ces différents effets sera réalisée à partir d'expériences menées sur un démonstrateur de microconvertisseur d'énergie mécanique vibratoire d'échelle millimétrique. Les effets de la pression de l'air ambiant (de la pression atmosphérique jusqu'au vide secondaire) et du microglissement à l'encastrement seront plus particulièrement analysés.

## B. DISPOSITIF EXPERIMENTAL SOUS PRESSION D'AIR CONTROLEE

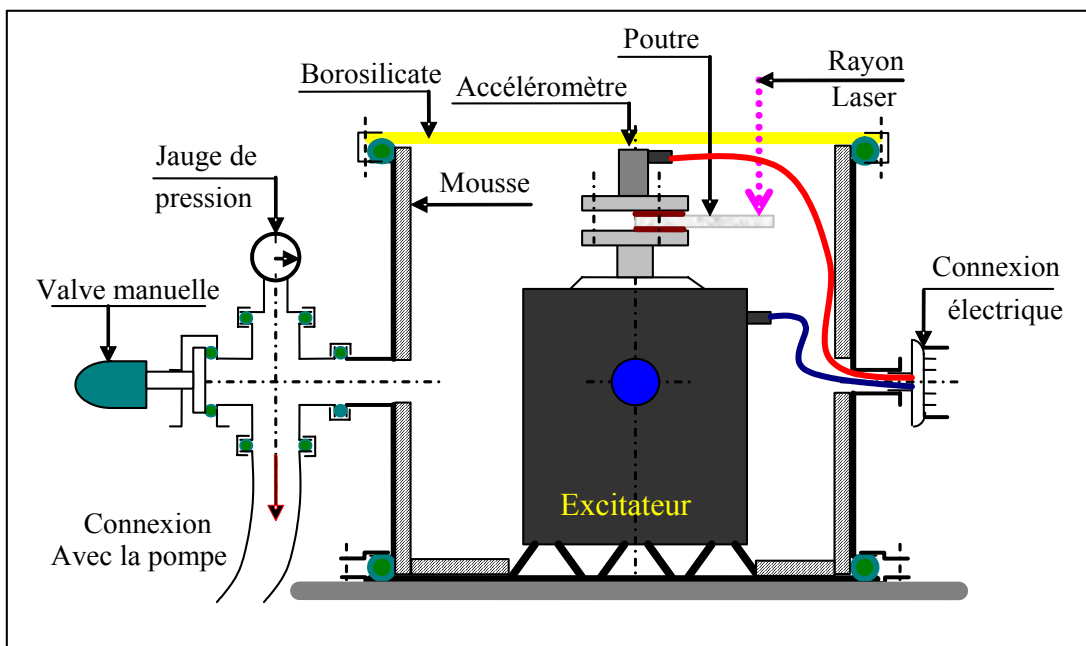
### 1. Description du montage de caractérisation sous pression d'air contrôlé

L'expérience est définie de façon à mettre en évidence l'influence de l'air et de la force d'excitation sur une petite poutre encastrée par l'intermédiaire d'un système de serrage en aluminium. Ce dernier est constitué de deux plaques entaillées. La première plaque est fixée sur un excitateur électromagnétique (*Fig. II.5*). La deuxième porte un accéléromètre. L'assemblage des deux plaques et de la poutre (de dimensions  $0,36 \times 3,6 \times 15 \text{ mm}^3$ ) présenté en *Fig. II.4* est réalisé par quatre vis sur une distance de la poutre égale à  $7,2 \text{ mm}$ .



*Fig. II.4 : Dimensions de la poutre*

Comme les matériaux considérés pour la poutre sont très fragiles et la rugosité des plaques de serrage est trop importante, le serrage des vis provoque rapidement la rupture de la poutre dans la zone d'encastrement. Afin de limiter cette rupture, deux plaques minces en cuivre recuit (matériau assez ductile et malléable) sont intercalées entre la poutre et les plaques du système de serrage. Le cuivre utilisé manifeste une excellente déformation à froid permettant de compenser les défauts géométriques au niveau des contacts. Le système de serrage est excité par l'excitateur électromagnétique ou « pot vibrant ». L'ensemble composé du pot vibrant, du système de serrage, de la poutre et de l'accéléromètre est plongé dans une enceinte étanche (*Fig. II.5*).



*Fig. II.5 : Schéma simplifié de l'expérience*



Une pompe à palette est branchée sur l'enceinte afin d'assurer dans un premier temps le vide primaire. La réponse temporelle de la poutre est enregistrée sans contact par un vibromètre laser par effet Doppler (mesure de la vitesse). L'acquisition de la réponse de la poutre est effectuée par un analyseur spectrale multivoie SigLab de la marque Spectral Dynamics (Fig. II.6).

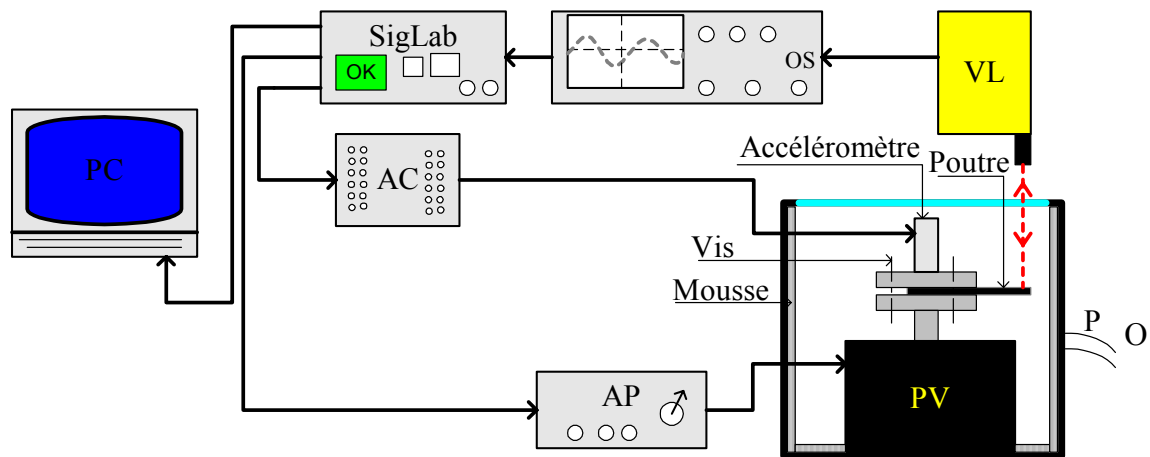


Fig. II.6 : Schématisation du montage de l'expérience

## 2. Présentation des matériaux constituant la structure du microconvertisseur étudié

La caractérisation expérimentale est effectuée pour trois matériaux différents : le silicium, le niobate de lithium et le quartz. Les propriétés mécaniques et piézoélectriques de ces matériaux sont rappelées en **Annexe 1**. La rugosité de ces matériaux, mesurées par un microprofilomètre, est variable (Tab. II.1).

Matériaux	Silicium (deux faces polies)	niobate de lithium	quartz	Cuivre (CUNIP)
Rugosité (coté poli)	1,00 nm	0,02 $\mu m$	0,03 $\mu m$	0,03 $\mu m$
Rugosité (coté rodé)		0,41 $\mu m$	0,21 $\mu m$	

Tab. II. 1: Moyenne arithmétique de la rugosité des matériaux testés et du cuivre utilisé

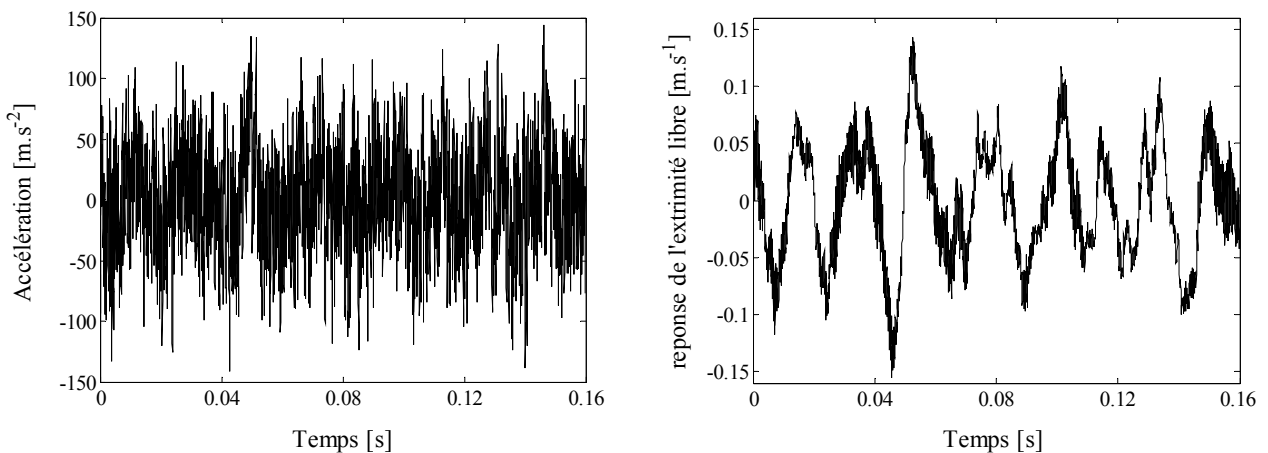
Comme le quartz et le niobate de lithium sont deux matériaux transparents optiquement, une couche mince d'aluminium de 350 nm est déposée sur une seule face des poutres par pulvérisation cathodique afin d'assurer la réflexion des rayons laser. Une série d'essais est effectuée en utilisant une force d'excitation en bruit blanc. Les signaux mesurés sont la vitesse de l'extrémité de la poutre par un vibromètre laser et l'accélération au niveau de l'encastrement de la poutre par un accéléromètre. La FRF entre ces deux signaux est ensuite enregistrée. Les

premières mesures sont réalisées en faisant varier les amplitudes RMS de l'excitation en accélération dans une bande fréquentielle allant de 0 à 10  $kHz$  mais aussi le niveau de pression à l'intérieur de l'enceinte entre le VP et la PA. Les paramètres modaux (fréquence propre et amortissement) associés au premier mode de vibration de la poutre sont identifiés par une technique de lissage linéaire en utilisant le logiciel « Modan » développé au sein du laboratoire de Mécanique Appliquée (**Annexe 2**).

### 3. Présentation de la technique de caractérisation et qualification de l'expérience

Dans cette section, l'objectif est, d'une part, de présenter la méthode de caractérisation du comportement non linéaire de poutres encastrées-libres dans l'air à pression variable, et, d'autre part, de qualifier le montage expérimental présenté ci-dessus.

Des essais de répétabilité sont effectués uniquement sur la structure en quartz. Dans un premier temps, une série d'essais est réalisée en faisant varier le niveau RMS d'excitation en bruit blanc appliqué par le pot vibrant sur la structure en quartz à PA. L'expérience est répétée à l'identique après une période de repos de vingt-quatre heures. Les FRFs en vitesse sont systématiquement enregistrées afin d'identifier les paramètres modaux. Un exemple d'excitation en bruit blanc et de réponse de la structure en quartz est présenté en *Fig. II.7*.



(a) Accélération en fonction du temps de l'excitation.

(b) Vitesse de l'extrémité de la poutre en fonction du temps.

*Fig. II.7 : (a) Excitation en bruit blanc; (b) Réponse de l'extrémité libre*

Un exemple des évolutions des FRFs en vitesse est présenté en *Fig. II.8* pour huit niveaux RMS d'excitation en accélération dans la bande de fréquence [4400, 4650]  $Hz$ .

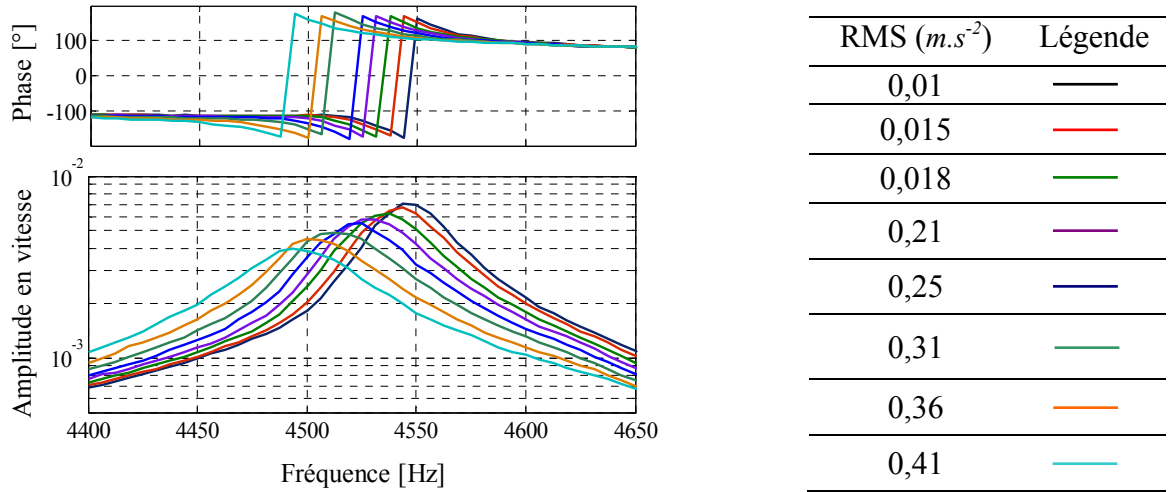


Fig. II.8 : Evolution des FRFs en vitesse

La fréquence de résonance (ou fréquence propre de la structure)  $\omega_0$  est identifiée à partir de l'amplitude maximale de la réponse en vitesse et de l'évolution de la phase (au passage à  $0^\circ$ ). A partir de la largeur de bande fréquentielle  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  ( $\omega_1$  et  $\omega_2$  deux fréquences identifiées à une amplitude de  $-3\text{ dB}$  de l'ordonnée de l'amplitude maximale ( $\omega_2 > \omega_1$ )), on détermine l'amortissement réduit  $\xi = \Delta\omega / 2\omega_0$  et le coefficient de surtension  $Q = \omega_0 / \Delta\omega$ . Les figures font apparaître une dépendance de fréquence et amplitude de résonance (Fig. II.8) en fonction du niveau d'excitation du dispositif. Ces évolutions sont caractéristiques d'un comportement dynamique faiblement non linéaire. Les Fig II.9 mettent plus clairement en évidence ce comportement particulier en présentant les évolutions de la fréquence propre en fonction du niveau RMS d'excitation en accélération.

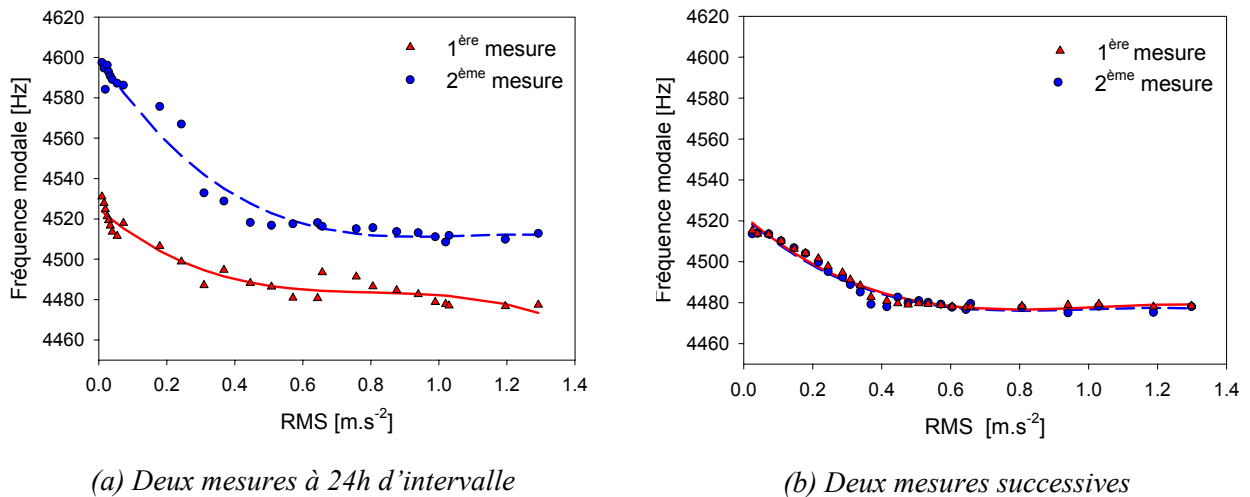


Fig. II.9 : Evolution des fréquences modales en fonction du niveau RMS d'excitation en accélération

La vérification de la répétabilité de cette expérience est réalisée par une série d'essais à différents niveaux de force d'excitation RMS. On constate en Fig. II.9 que la fréquence propre de

la structure diminue jusqu'à une valeur limite puis devient presque stable lorsque le niveau d'excitation augmente. Pour deux mesures à vingt-quatre heures d'intervalle (*Fig. II.9a*), on observe un écart relatif en fréquence qui ne dépasse pas la valeur de 1,8 % au maximum. Cette valeur reste néanmoins inférieure au 5 % mentionnée par Loyau *et al* [LOY 97] pour que l'expérience soit acceptable. Même s'il paraît assez faible, cet écart semble lié à des modifications à long terme, intrinsèques aux structures, et qui ne seront pas identifiées dans cette étude. En revanche, pour deux séries de mesures successives (*Fig. II.9b*), on constate un écart en fréquence inférieur à 4 Hz correspondant à un écart relatif de 0,06 %, ce qui reste relativement négligeable par rapport aux 1,8 % précédents.

Par la suite, afin de minimiser les défauts de répétabilité, les séries d'essais sur une structure seront réalisées successives sans période de repos. D'autre part, avant chaque série de mesures, la pertinence de chaque expérience est également vérifiée en focalisant le vibromètre laser sur l'accéléromètre, puis, en vérifiant que la dérivée de la FRF vitesse / accélération est bien unitaire de 0 à 10 kHz. Une fois cette vérification effectuée avec succès, le vibromètre laser est refocalisé sur l'extrémité libre de la poutre afin d'enregistrer sa réponse dynamique.

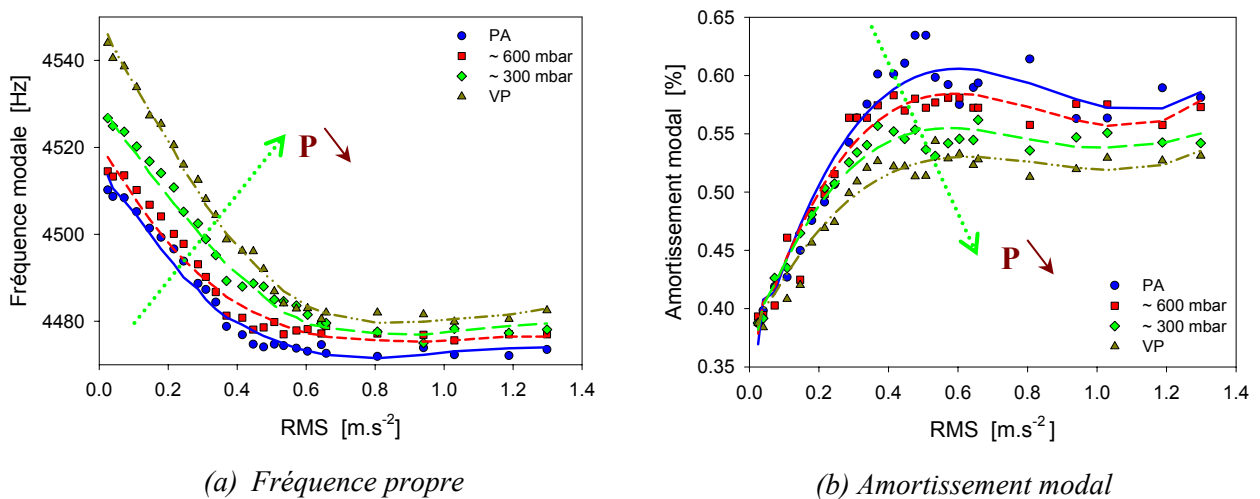
## C. CARACTERISATION ET MODELISATION DE L'INFLUENCE DE L'AIR AMBIANT

### 1. Caractérisation du comportement dynamique non linéaire par techniques classiques (excitation par un bruit blanc)

L'étude de l'influence de la pression de l'air dans l'enceinte sera investiguée pour des niveaux de pression compris entre le VP et la PA. Cette étude sera effectuée sur chacun des trois matériaux présentés précédemment. Un couple de serrage élevé et à peu près identique sera appliqué sur les trois matériaux à caractériser. Les mesures seront réalisées pour un niveau RMS d'excitation en accélération compris entre  $\sim 10^{-2}$  et  $1,30 \text{ m.s}^{-2}$ .

#### 1.1. Effet de la pression de l'air ambiant sur une structure en quartz

Les premiers résultats présentés en *Fig. II.10* correspondent aux paramètres modaux identifiés en excitant la poutre en quartz. L'allure globale des courbes de fréquence propre en fonction de l'excitation RMS est la même quelle que soit la pression dans l'enceinte. Entre le VP et la PA, la variation relative de fréquence est d'environ  $35 \text{ Hz}$  aux faibles valeurs RMS d'excitation et décroît progressivement jusqu'à environ  $10 \text{ Hz}$  à hautes valeurs d'excitation. Les variations des fréquences propres dues aux variations combinées de la pression et du niveau d'excitation ne sont pas très importantes ( $1,7 \%$  seulement).



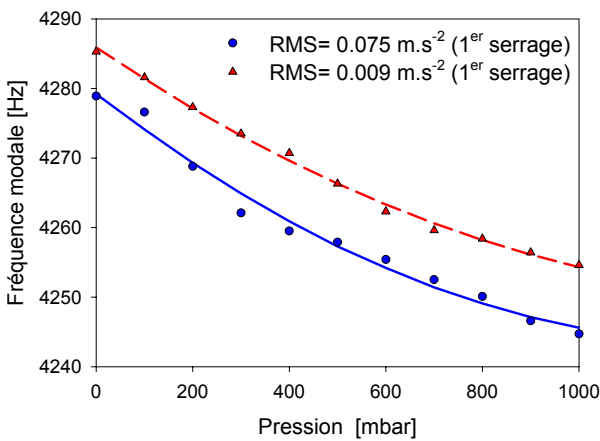
*Fig. II.10 : Evolution des paramètres modaux de la structure en QUARTZ en fonction du niveau RMS d'excitation en accélération.*

L'amortissement modal est également influencé par la variation du niveau RMS d'excitation en accélération et par la variation de la pression dans l'enceinte. Lorsque le niveau d'excitation augmente de  $\sim 10^{-2}$  à  $0,5 \text{ m.s}^{-2}$ , l'amortissement augmente progressivement de  $0,4$  à  $0,53 \%$  sous VP et jusqu'à  $0,6 \%$  à la PA (*Fig. II.10a*). Des maximums d'amortissement sont

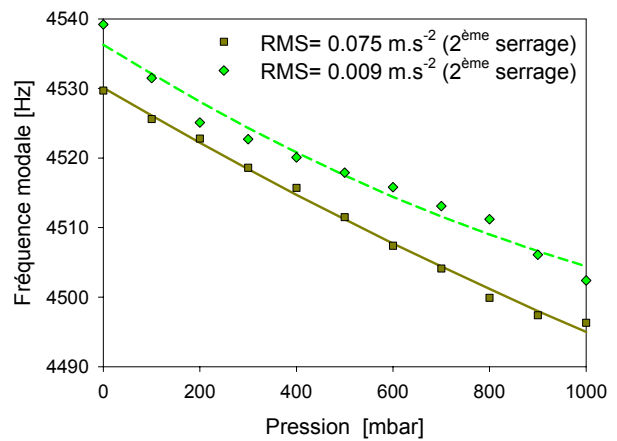
également observés et varient entre 0,53 % sous VP et 0,61 % à la PA soit une variation relative maximale en fonction de la pression de 14,3 %.

### *Influence du serrage sur le comportement dynamique non linéaire de la poutre en quartz*

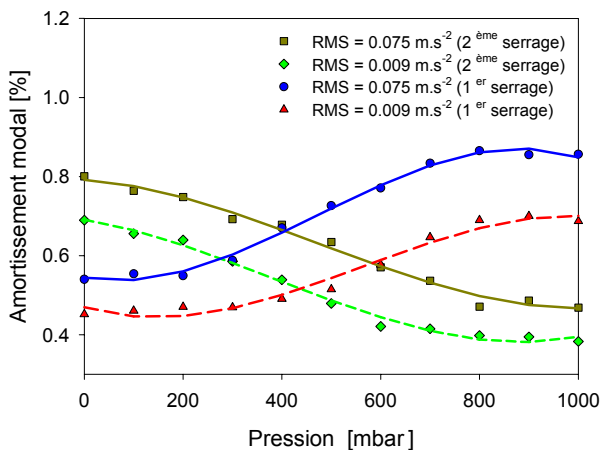
L'influence du serrage est étudiée sur une nouvelle poutre en quartz. Des essais avec deux niveaux d'excitation en bruit blanc ( $RMS = 0,009 \text{ m.s}^{-2}$  et  $RMS = 0,075 \text{ m.s}^{-2}$ ) sont réalisés avec un premier couple de serrage tout en variant la pression dans l'enceinte entre le VP et la PA. Comme le quartz est très fragile, un couple de serrage plus élevé est ensuite appliqué progressivement avec délicatesse. Les fréquences identifiées à faible et à fort couple de serrage sont présentées séparément afin de mieux montrer leurs évolutions en fonction de la pression sur les Fig. II.11a et b. En comparant ces figures, on remarque que la fréquence augmente d'environ 250 Hz avec le couple de serrage, ce qui est lié à l'augmentation de la rigidité de l'encastrement.



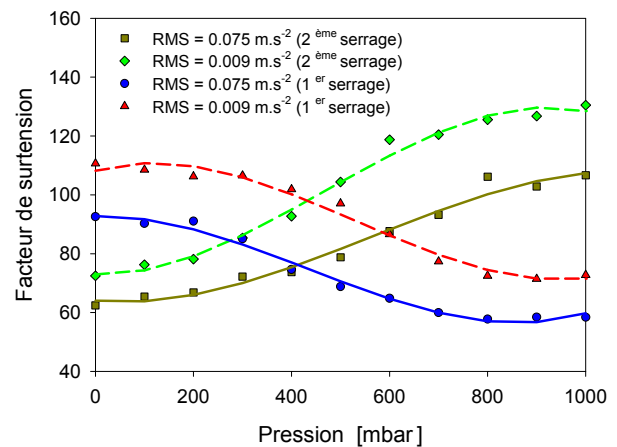
(a) Serrage faible (le 1<sup>er</sup>): fréquence propre



Serrage fort (le 2<sup>e</sup>): fréquence propre



(c) Amortissement modal



(d) Facteur de qualité

Fig. II.11 : Evolution des paramètres modaux en fonction de la pression et du niveau de serrage des vis.

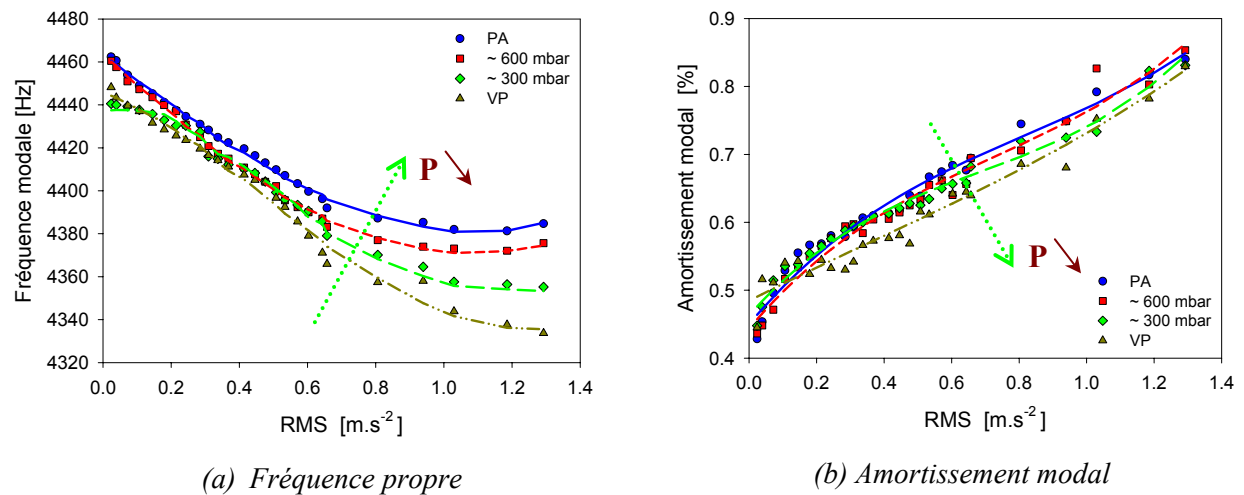
Lorsque la pression dans l'enceinte augmente progressivement du VP à la PA, les valeurs de la fréquence propre chutent de 35 Hz. Comme mentionné au chapitre II. §.A.4, cette observation est

attribuée à l'apport de masse apparente dû à la présence d'air : plus la pression est importante et plus la masse d'air interagissant avec la poutre est élevée. L'amortissement est également affecté par le serrage, la pression et le niveau d'excitation RMS. En *Fig. II.11c*, pour un même niveau d'excitation, la dépendance des amortissements au champ de pression dans l'enceinte s'inverse, contre toute attente, à environ 400 mbar entre le serrage fort et le faible. A des pressions proches du VP, l'amortissement le plus élevé correspond à un serrage fort alors, qu'aux pressions proches de la PA, il correspond à un serrage faible. Aucune explication dans la littérature n'a été trouvée pour ce résultat expérimental. Cela peut néanmoins être expliqué par une amplitude de vibration plus élevée sous vide, et, des pertes d'énergie plus élevées à l'encastrement à fort serrage. Les facteurs de qualité sont déterminés à partir des valeurs de l'amortissement identifiées (*Fig. II.11d*). Ils atteignent au maximum la valeur de 130, relativement faible pour l'application envisagée.

Cette étude nous montre l'influence du serrage des vis de fixation de la poutre encastrée-libre sur ses paramètres modaux identifiés. L'augmentation de son serrage se traduit essentiellement par une augmentation des fréquences propres. Par la suite, afin de pouvoir effectuer des comparaisons entre caractérisations, un couple de serrage élevé et à peu près constant est appliqué aux différentes poutres à caractériser.

## 1.2. Effet de la pression de l'air ambiant sur une structure en niobate de lithium

La caractérisation expérimentale est également effectuée sur des poutres en niobate de lithium (*Fig. II.12*).



*Fig. II.12 : Evolution des paramètres modaux de la structure en niobate de lithium en fonction du niveau RMS d'excitation en accélération*

La variation de la pression entre le VP et la PA engendre une diminution de la fréquence propre du même type que précédemment, c'est à dire de l'ordre de 21 Hz à basses amplitudes

d'excitation et de 52 Hz à hautes amplitudes d'excitation (Fig. II.12a). L'amortissement modal est plus affecté par la variation du niveau RMS de l'excitation que par la variation de pression notamment à faible niveau d'excitation (Fig. II.12b). La variation du coefficient de surtension varie très peu en fonction de la pression (la variation ne dépasse pas la valeur de 5) et ne dépasse pratiquement jamais 100.

### 1.3. Effet de la pression de l'air ambiant sur une structure en silicium

La caractérisation expérimentale de la structure en silicium est également réalisée entre le VP et la PA. La variation fréquentielle  $\Delta F$  de l'ordre de 8 Hz engendrée par la variation de pression est quasi-indépendante du niveau d'excitation RMS (Fig. II.13a). La variation de pression au sein de l'enceinte engendre une variation quasi-constante de l'amortissement d'environ 0,018 % (Fig. II.13b), correspondant à une variation de coefficient de qualité d'environ 12 % ( $312 \pm 20$ ).

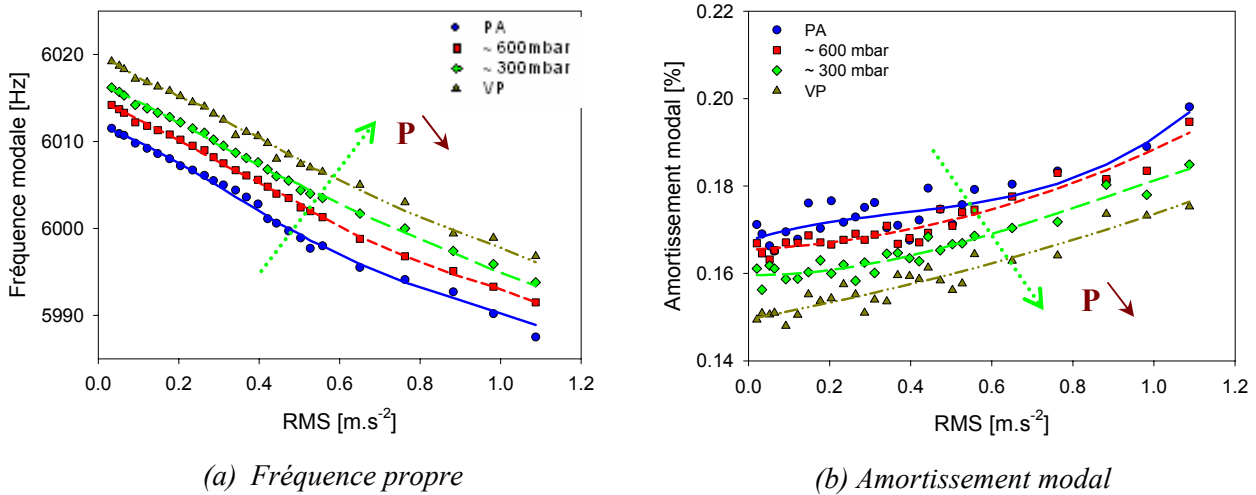


Fig. II.13 : Evolution des paramètres modaux de la structure en silicium en fonction du niveau d'excitation RMS en accélération

### 1.3. Analyse et discussion

Une identification des paramètres modaux (fréquence propre et amortissement modal) de chacune des poutres (quartz, niobate de lithium et silicium) excitée en bruit blanc a été présentée. A pression d'air constant, tous les résultats obtenus confirment le comportement dynamique faiblement non linéaire des structures étudiées car les paramètres modaux varient avec le niveau d'excitation RMS en accélération et donc avec l'amplitude des vibrations. Même si le contrôle de l'amplitude des excitations RMS à l'encastrement de la poutre n'engendre pas le même niveau de vibration à son extrémité pour le silicium, le quartz et le niobate de lithium, on se permettra de comparer les résultats entre eux à même pression d'air. Ainsi la non-linéarité est nettement plus marquée pour le cas du quartz et du niobate de lithium que pour le silicium (les



écarts en fréquence propre moyenne  $\Delta F_{\text{moy}}$  au *tab. II.2*). Cette différence est attribuée principalement à la rugosité des poutres en quartz et en niobate de lithium et qui est beaucoup plus élevée que celle de la poutre en silicium. Les amortissements modaux  $\xi_{\text{moy}}$  et leurs écarts  $\Delta \xi_{\text{moy}}$  au *tab. II.2*).

		<b>Silicium</b>	<b>Quartz</b>	<b>Niobate de lithium</b>
<b>A la pression atmosphérique</b>	$\xi_{\text{moy}} (\%)$	0,18	0,49	0,65
	$\Delta \xi_{\text{moy}} (\%)$	0,02	0,15	0,4
	$F_{\text{moy}} (Hz)$	6000	4495	4427
	$/\Delta F/_{\text{moy}} (Hz)$	24	40	70

*Tab. II. 2 : Valeurs, moyenne et écart de l'amortissement et de la fréquence propre à la PA pour les différents niveaux RMS d'excitation en accélération.*

De même, à niveau RMS d'excitation constant, tous les résultats obtenus confirment dans une moindre mesure le comportement dynamique faiblement non linéaire des structures étudiées en fonction de la pression de l'air ambiant. Toutefois, si l'amortissement change avec la pression de l'air (*Tab. II.3*), cette variation reste relativement faible.

		<b>Silicium</b>	<b>Quartz</b>	<b>Niobate de lithium</b>
<b>Variations à même niveau RMS entre les pressions PA et VP</b>	$\xi_{\text{moy à PA}} (\%)$	0,16	0,45	0,65
	$\Delta \xi_{\text{moy}} (\%)$	0,017	0,046	Négligeable
	$/\Delta F/_{\text{moy}} (Hz)$	8	23	36,5

*Tab. II. 3 : Variations à même niveau RMS entre les pressions PA et VP de l'amortissement et de la fréquence propre.*

Lorsque la pression augmente progressivement du VP à la PA, les fréquences propres diminuent de 8 Hz pour le silicium et de 36,5 Hz pour le niobate de lithium. Le rapport de masse entre les poutres en silicium et en niobate de lithium est de 2. Le silicium s'avère donc moins affecté par l'effet de masse lié à la présence de l'air.

En conclusion de cette première partie sur la caractérisation expérimentale, on constate que l'effet de l'air est secondaire dans le cas de ces trois structures bridées par vissage. Pour s'en rendre compte, il suffit de comparer l'écart de l'amortissement dû à la variation de pression entre la PA et la VP par rapport à l'amortissement sous VP ou moyen à PA (*tab. II.3*).

## 2. Caractérisation du comportement dynamique non linéaire à partir d'un lâcher dynamique et d'une analyse en Ondelettes

La caractérisation menée à partir d'une excitation en bruit blanc et d'une identification des paramètres modaux par la technique classique de lissage linéaire demande beaucoup de temps pour dépouiller les mesures et obtenir une évolution discrète des paramètres modaux. Par conséquent, une autre technique de caractérisation beaucoup plus rapide sera exploitée dans cette partie : il s'agit à partir d'un essai de lâcher dynamique de la poutre d'extraire les paramètres équivalents en employant une analyse des signaux par ondelettes.

### 2.1. Introduction

La mise au point des modèles de prévision du comportement des structures assemblées nécessite d'établir une caractérisation du comportement dynamique de l'assemblage. Cette caractérisation doit satisfaire quelques critères spécifiques comme la capacité d'évaluer qualitativement et quantitativement la non-linéarité du comportement (estimation du niveau et du type de non-linéarité). Le comportement vibratoire d'un système est caractérisé par les évolutions des fréquences propres et des amortissements modaux en fonction de l'amplitude de vibration. Le niveau de variation de ces paramètres est considéré comme un indicateur du degré de non-linéarité du système alors que l'allure de ces paramètres renseigne sur le caractère de cette non-linéarité. Il est important de préciser que cette méthode de caractérisation est limitée aux systèmes faiblement non linéaires. Le développement de cette méthode, permettant d'identifier les paramètres équivalents, réalisé dans le cadre de la thèse de Heller [HEL 05], est détaillé en **Annexe 3**. La démarche d'identification s'effectue dans le domaine temps-fréquence grâce à la *TO* appliquée à la réponse enregistrée suite à des essais de lâcher dynamique. L'extraction des paramètres modaux équivalents à partir de la réponse libre est fondée sur la méthode asymptotique élaborée par Krylov et Bogoljubov [HUS 70 et BOG 61].

### 2.2. Description de l'analyse en ondelettes à partir d'une expérience de lâcher dynamique

Le lâcher dynamique est assuré par un circuit électrique appelé « commande relais optocouplé » permettant deux fonctions simultanées. La première consiste à couper le signal d'excitation et à arrêter le pot vibrant. La seconde consiste à déclencher automatiquement la chaîne d'acquisition SigLab afin d'enregistrer la réponse libre de la structure. Les lâchers dynamiques sont réalisés sur les trois poutres encastées-libres bridées décrites précédemment. Chaque poutre est excitée par une force sinusoïdale à sa première fréquence de résonance acquise via un régulateur basses fréquences. Une fois que l'excitation en sinus est interrompue, l'amplitude de vibration de l'axe du pot vibrant s'amortit en un temps très court (équivalent à quelques oscillations) (*Fig. II.14a*) alors que l'extrémité libre de la poutre continue de vibrer sur un temps plus long visible en *Fig. II.14b*.

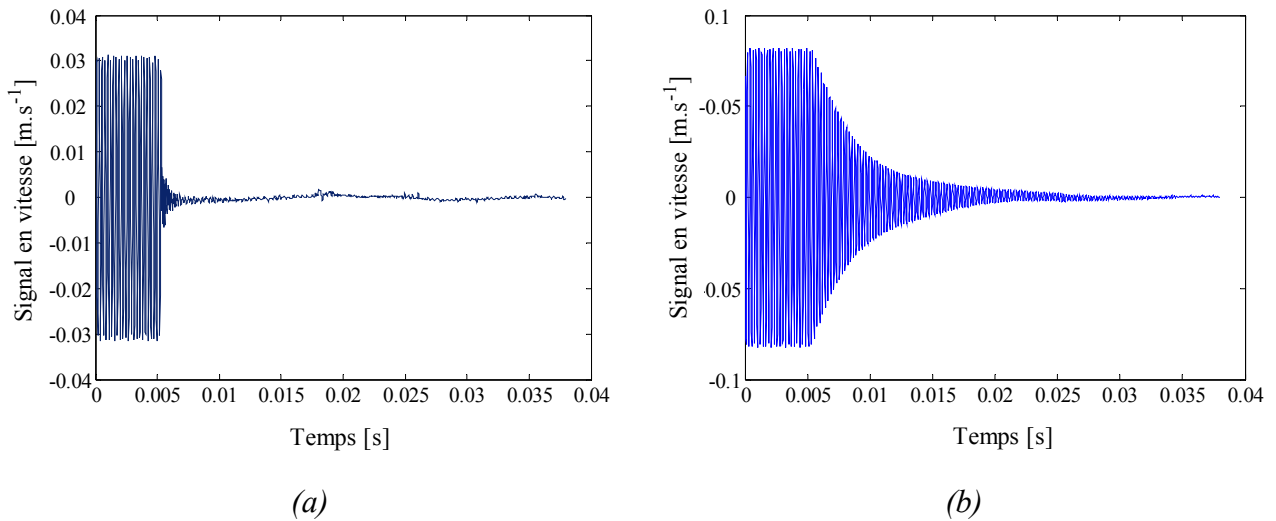


Fig. II.14 : Signaux temporels des vitesses de l'axe du pot vibrant (a) et de l'extrémité libre d'une poutre en niobate de lithium (b) pendant un essai de lâcher dynamique.

L'essai de lâcher dynamique est enclenché à l'instant  $t = 0 \text{ s}$ , alors que, la chaîne d'acquisition SigLab est programmée avec un temps de retard d'environ  $6 \text{ ms}$ . A partir des développements présentés en **Annexe 3**, le squelette et l'arête de la *TO* sont obtenus à partir des réponses libres. Un exemple est présenté en Fig. II.15.

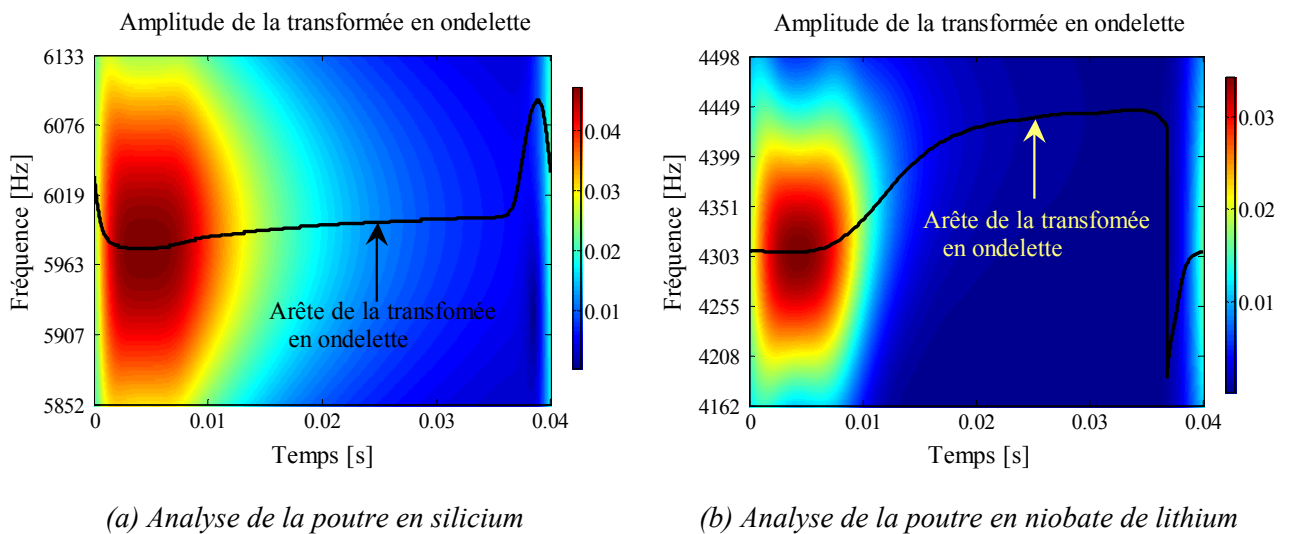
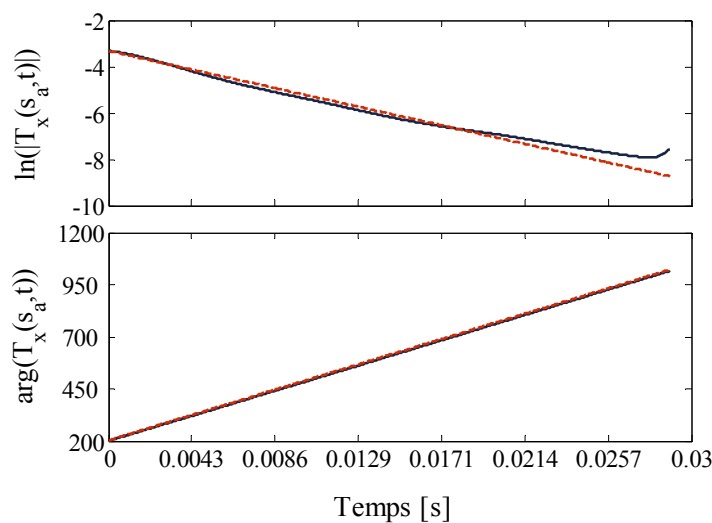


Fig. II.15 : Modules de la *TO* d'un lâcher dynamique dans le plan « fréquence-temps ».

Les arêtes identifiées montrent la présence de trois zones différentes. La première zone montre une évolution rapide et correspond à l'excitation forcée en sinus qui influe sur les quelques  $1/1000^{\text{e}}$  de seconde suivant le lâcher à  $t = 0 \text{ s}$  (Fig. II.14). Une deuxième zone apparaît ensuite plus durablement, correspondant à la réponse libre de la poutre et présentant un léger comportement non linéaire. Enfin, une dernière zone courte dans le temps est observée en fin de la réponse libre de la structure. Elle correspond à des perturbations dues principalement aux

effets de bord de la fenêtre d'observation. Il est à noter que lors du traitement des signaux de lâcher dynamique, seule la deuxième zone est prise en compte et il est pratiqué un changement d'origine.

Il est rappelé que dans le cas d'un système linéaire en raideur, l'arête de la *TO* est constante en fonction du temps. La non-linéarité en raideur est mise en évidence par l'évolution en fonction du temps de l'arête dans le plan « fréquence-temps ». Néanmoins, comme l'arête varie très peu en fonction du temps (*Fig. II.15a*), la non-linéarité en raideur observée dans le cas d'une poutre en silicium reste faible. Dans le cas du quartz, la non-linéarité en raideur est plus visible, toutefois la non-linéarité en raideur du niobate de lithium reste la plus élevée (*Fig. II.15b*). La présence de la non-linéarité en raideur dans le système est signalée aussi par la non-linéarité de l'argument de l'arête de la *TO* (*Fig. II.16*).



*Fig. II.16 : Evolution du logarithme du module et de l'argument de l'arête de la TO*

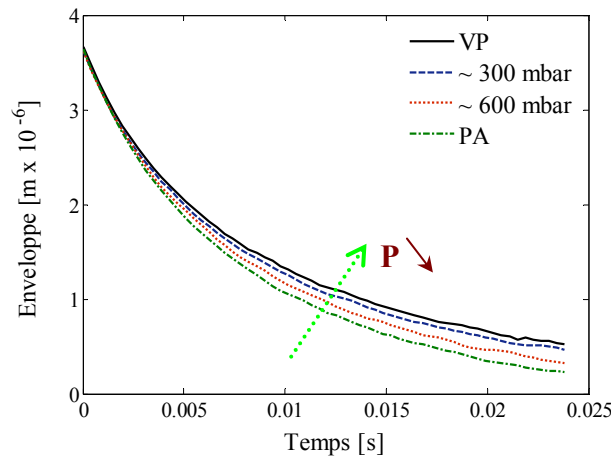
Compte tenu de l'échelle du graphique, il est difficile de distinguer la courbe réelle de l'argument de l'arête de son approximation linéaire. Les fréquences propres équivalentes sont obtenues par la dérivation temporelle de l'argument de l'arête de la *TO*. Le logarithme du module de l'arête de la *TO* renseigne sur le comportement de l'amortissement (**Annexe 3**).

### **2.3. Exemples d'identification expérimentale des paramètres modaux équivalents**

La méthode d'identification non linéaire fondée sur la technique de la *TO* est appliquée aux signaux en réponse libre obtenus avec une amplitude d'excitation de base en sinus de 3 V crête à crête. L'influence de l'amplitude de l'excitation sur les paramètres équivalents est analysée pour la poutre de silicium dans l'**Annexe 4**. Seuls les résultats associés au premier mode de vibration sont présentés. Le couple de serrage appliqué à l'encastrement reste le même durant toutes les mesures et quasiment constant pour les trois matériaux.

### 2.3.1. Caractérisation d'une structure en Silicium

Les premiers résultats présentés sont dédiés à la poutre en silicium et portent une fois encore sur les fréquences propres équivalentes et les amortissements équivalents. La variation de la pression entre le VP et la PA influence l'évolution temporelle du signal (*Fig. II.17*).

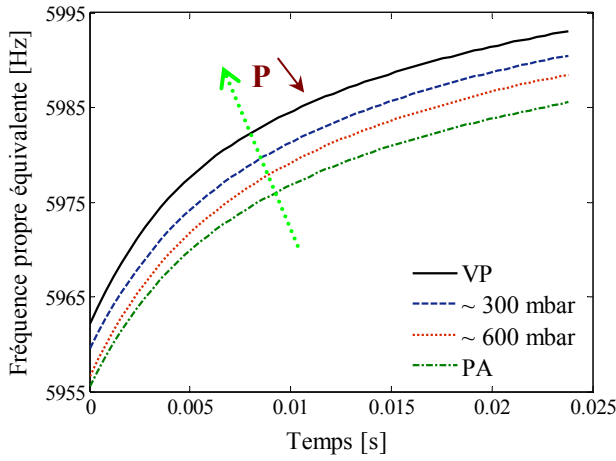


*Fig. II.17 : Evolution de l'enveloppe en fonction du temps pour la poutre en Silicium.*

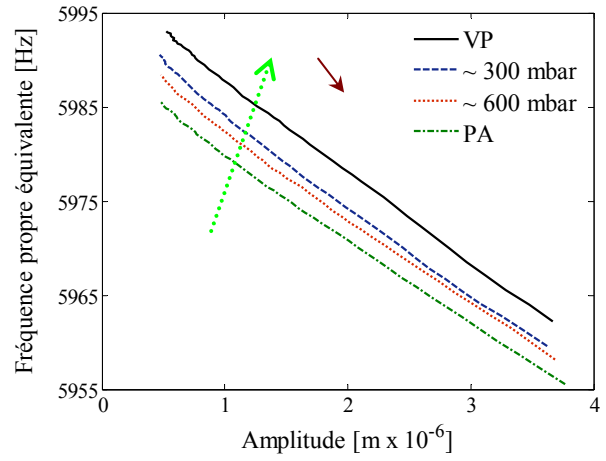
Sur cette figure, les enveloppes sont tracées uniquement dans la zone correspondant à la réponse libre de la structure en silicium et montrent que les amplitudes de vibration de cette dernière sont plus élevées sous VP. En réalité, les amplitudes à  $t = 0$  s ne sont pas identiques et sont plutôt plus élevées sous VP.

Les fréquences propres équivalentes sont identifiées et présentées en fonction du temps et de l'amplitude de vibration de la structure en silicium. Au fur et à mesure que le temps augmente, les fréquences propres instantanées augmentent. Lorsque la pression passe du VP à la PA, la fréquence diminue d'une valeur de 8 Hz et cet écartement varie très peu en fonction du temps (*Fig. II.18a*). En revanche, les fréquences propres équivalentes sont inversement proportionnelles et monotones vis-à-vis de l'amplitude de vibration de l'extrémité libre de la poutre (*Fig. II.18b*).

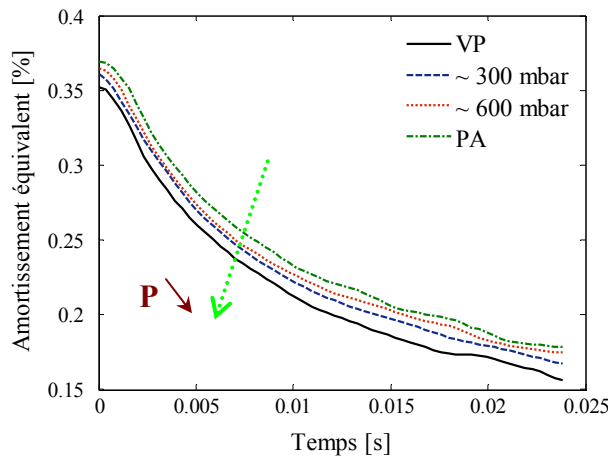
L'amortissement modal équivalent identifié à partir des signaux en réponse libre est non-négligeable (*Fig. II.18c*), pouvant ainsi atteindre au maximum 0,37 %. La variation de la pression entre le VP et la PA provoque une variation de l'amortissement équivalent de l'ordre de 0,018 % tout au long du lâcher dynamique (*Fig. II.18d*). Ces variations de l'amortissement et de la fréquence coïncident parfaitement avec les variations enregistrées sous une excitation en bruit blanc (cf. *paragraphe C.1.3, Fig. II.13*). Ces nouveaux résultats confirment la non-linéarité en raideur et en amortissement due au microglissement et aux autres phénomènes mis en jeu.



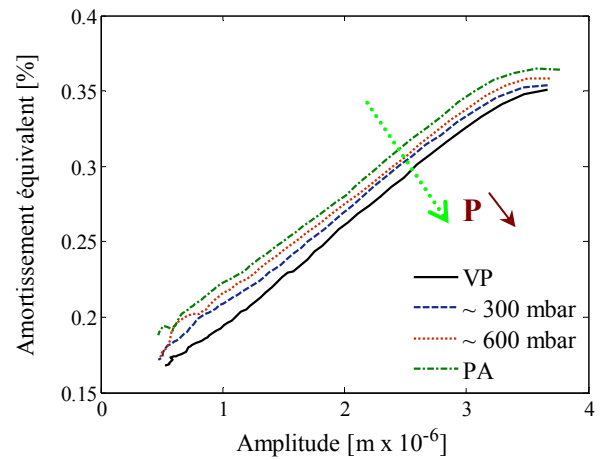
(a) Fréquence propre en fonction du temps



(b) Fréquence propre en fonction de l'amplitude en bout de poutre



(c) Amortissement modal en fonction du temps

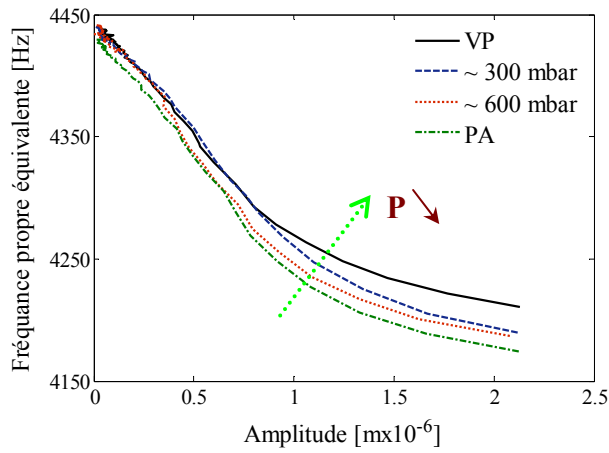


(d) Amortissement modal en fonction de l'amplitude en bout de poutre

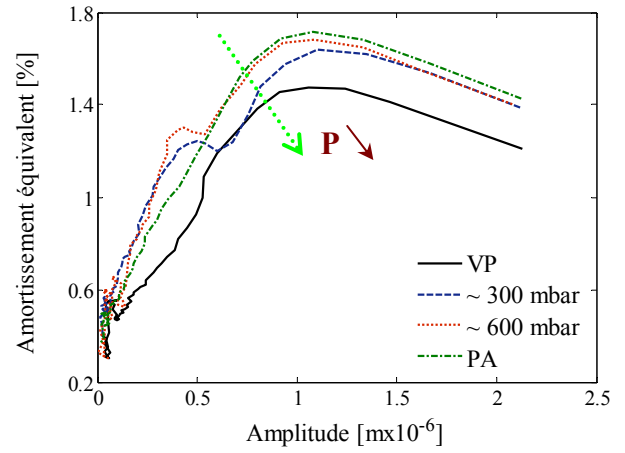
Fig. II.18 : Evolution des paramètres modaux équivalents pour la poutre en silicium

### 2.3.2. Caractérisation d'une structure en Niobate de Lithium

Alors que les paramètres modaux équivalents identifiés sur la poutre en silicium sont faiblement non linéaires, ceux identifiés sur la structure en niobate de lithium manifestent une plus forte non-linéarité avec la présence d'un extremum pour l'amortissement (Fig. II.19b). L'amortissement est très élevé pouvant ainsi atteindre un maximum d'environ 1,7 % à la PA et d'environ 1,5 % sous VP (Fig. II.19b). La variation de la pression entre le VP et la PA modifie les fréquences propres qui diminuent d'environ 50 Hz aux fortes amplitudes de déplacements (Fig. II.19a). L'effet de la pression de l'air ambiant est difficile à observer sur les facteurs de qualité notamment pour les basses amplitudes de vibrations de la poutre ( $< 0,5 \mu\text{m}$ ).



(a) Fréquence propre

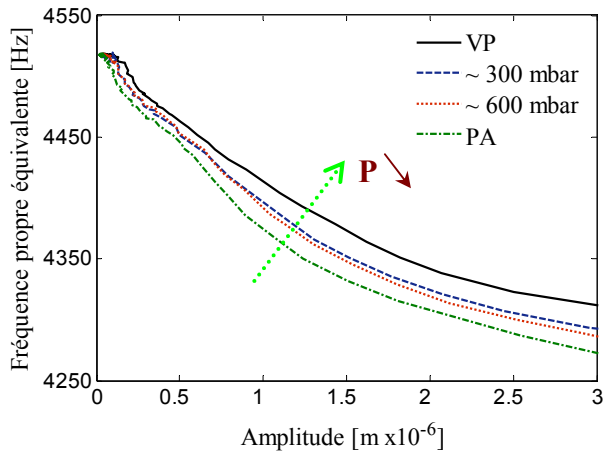


(b) Amortissement modal

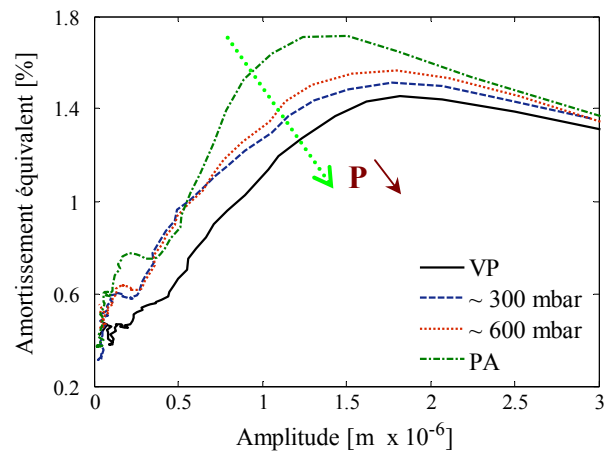
Fig. II.19 : Evolution des paramètres modaux équivalents en fonction de l'amplitude en bout de poutre en niobate de lithium

### 2.3.3. Caractérisation d'une structure en quartz

Les résultats des essais de lâcher dynamique effectués sur la poutre en quartz sont présentés sur la Fig. II.20. L'amortissement équivalent identifié augmente jusqu'à un maximum quelle que soit la pression d'air dans l'enceinte. Il est de même niveau d'importance que celui identifié sur le niobate de lithium et celui identifié sur des macrostructures en acier [HEL 05] (Fig. II.20b).



(a) Fréquence propre



(b) Amortissement modal

Fig. II.20 : Evolution des paramètres modaux équivalents en fonction de l'amplitude en bout de poutre en quartz

Comme pour la poutre en niobate de lithium mais dans une moindre mesure, des fluctuations de l'amortissement équivalent de la poutre en quartz sont observées à faibles amplitudes. Des maximums locaux de l'amortissement équivalent sont également observés.

### 2.3.4. Synthèse des résultats de caractérisation du comportement dynamique non linéaire

Dans cette partie, il s'agit de faire une comparaison des résultats de caractérisation par des techniques classiques (excitation en bruit blanc et analyse par lissage linéaire) présentés au paragraphe C.1, avec ceux de caractérisation à partir d'un lâcher dynamique et d'une analyse en ondelettes présentés au paragraphe C.2 ci-dessus. Outre les techniques d'excitation et d'analyse, la différence principale entre ces deux caractérisations réside dans les paramètres modaux qui sont obtenus, pour la première, en fonction du niveau d'excitation RMS en accélération de l'encastrement de la poutre, et pour la seconde en fonction de l'amplitude de l'extrémité libre de la poutre. Pouvoir relier le niveau d'accélération à l'encastrement de la poutre avec le niveau de son déplacement à l'extrémité libre lorsque cette poutre est excitée à la résonance selon son premier mode, c'est pouvoir comparer ces résultats. A partir de la fonction de réponse fréquentielle entre l'encastrement et l'extrémité de la poutre et de la valeur de l'excitation en accélération RMS, nous obtenons le gain à la résonance  $G$ , la pulsation propre  $\omega_0$  et il est possible de connaître l'amplitude de vibration en supposant que la réponse de la poutre est harmonique. Les amplitudes du déplacement  $x(t)$  et de l'accélération  $\ddot{x}(t)$  d'excitation s'écrivent alors comme suit :

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 \cos(\omega t) \\ \ddot{x}(t) &= -\omega^2 x_0 \cos(\omega t) \end{aligned} \tag{Eq. II.3}$$

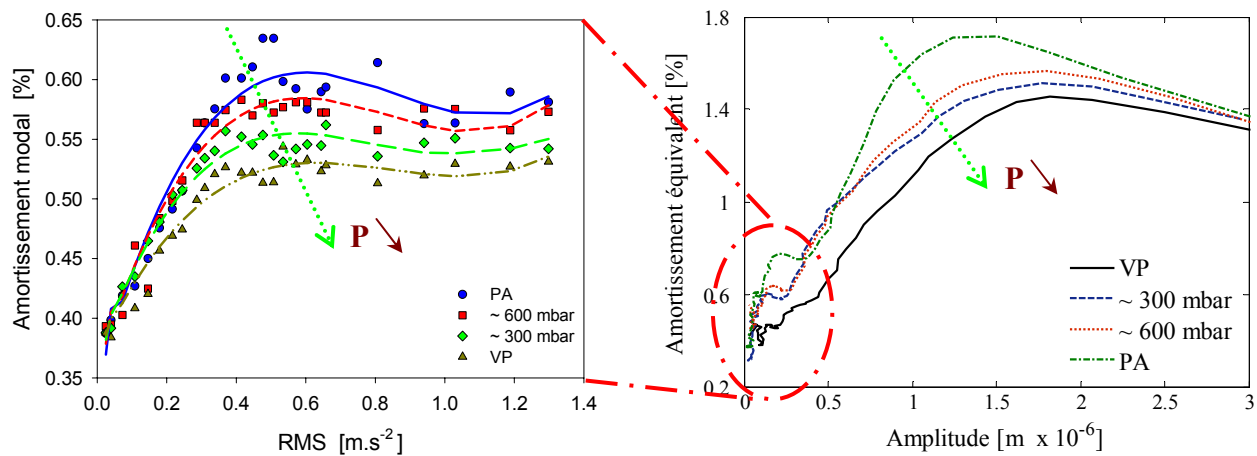
La réponse de l'extrémité libre de la poutre est égale au produit du gain  $G$  par l'amplitude RMS maximale du déplacement de l'excitation soit ( $x_0 \times G$ ), ou en fonction de l'amplitude RMS maximale de l'accélération de l'excitation soit ( $G\ddot{x}_0(t)/\omega_0^2$ ).

Dans le cas particulier des poutres en quartz, la FRF est donnée en Fig. II.8 pour une excitation en bruit blanc. Le gain maximum  $G$  correspond à 240 pour une pulsation à la résonance de  $28103 \text{ rad.s}^{-1}$ . Ainsi pour une amplitude d'excitation RMS en accélération de  $1,2 \text{ m.s}^{-2}$ , la réponse en déplacement de l'extrémité de la poutre est de  $\sim 4 \times 10^{-7} \text{ m}$ . Pour le quartz, les paramètres modaux identifiés suite à une caractérisation par des techniques classiques (excitation en bruit blanc) varient en définitive dans un intervalle d'amplitude de déplacements de l'extrémité de la poutre de  $[0 ; \sim 4 \times 10^{-7} \text{ m}]$ , alors que, par une caractérisation à partir d'un lâcher dynamique et d'une analyse en ondelettes, ils balayent un intervalle d'amplitude beaucoup plus large de  $[0 ; 3 \times 10^{-6} \text{ m}]$ , soit presque neuf fois plus grand (Fig. II.21).

La comparaison de ces deux caractérisations montre qu'une base d'information plus vaste et plus riche est accessible par la nouvelle caractérisation proposée utilisant les ondelettes. Par exemple, pour les poutres en quartz, la Fig. II.21a présente uniquement les premiers maximums des amortissements modaux, alors que, la Fig. II.21b révèle qu'il s'agit de maximums locaux et montre l'existence d'un deuxième maximum beaucoup plus intense. Dans le cas des poutres en



niobate de lithium (Fig. II.19b), on ne devine aucun maximum local à basse amplitude d'excitation RMS.



(a) Amortissement modal en fonction du niveau RMS d'excitation en accélération de l'encastrement de la poutre

(b) Amortissement modal équivalent en fonction de l'amplitude en bout de poutre

Fig. II.21 : Evolution des amortissements modaux identifiés sur la poutre en Quartz

En conclusion, les caractérisations à partir d'un lâcher dynamique et d'une analyse en ondelette fournissent une base d'information beaucoup plus riche que les caractérisations par des techniques classiques. Les caractérisations à partir de lâcher dynamique sont également beaucoup plus rapides à réaliser (une seule mesure) et à dépouiller alors que les caractérisations par des techniques classiques nécessitent des centaines de points de mesures. Néanmoins, il peut être intéressant d'utiliser ces deux méthodes de caractérisation pour assurer la pertinence des résultats obtenus.

### 2.3.5. Analyse et discussion

Dans cette partie dédiée à l'identification de l'effet de l'air en utilisant les essais de lâcher dynamique, une illustration des paramètres équivalents issus de la caractérisation expérimentale de chacune des poutres en silicium, en quartz et en niobate de lithium a été présentée uniquement en fonction de l'amplitude de vibration pour une excitation de base en sinus de 3 V crête à crête. Une fois de plus, tous les résultats présentés confirment le comportement non linéaire en raideur et en amortissement des structures étudiées. Dans le cas des poutres en quartz et en niobate de lithium, on observe des maximums majeurs qui s'étalent sur une large marge d'amplitudes de vibration. Des maximums mineurs qui s'étalent sur une courte plage d'amplitudes de vibration sont également identifiés.

La comparaison de l'amortissement équivalent identifié pour les trois poutres montre que l'amortissement identifié à partir de la réponse libre de la poutre en silicium est le moins élevé alors que les fréquences propres équivalentes identifiées sur la même structure sont les plus

élevées. En revanche, le niobate de lithium est celui qui contient les plus bas facteurs de qualité équivalents et les fréquences propres équivalentes. Cela revient notamment à la rugosité de ces poutres en quartz et en niobate de lithium.

La variation de la pression de l'air au sein de l'enceinte modifie l'évolution des paramètres modaux équivalents en fonction de l'amplitude des vibrations. La structure en quartz est la plus affectée par la variation de cette pression d'air, même si elle dépend de l'amplitude de vibration. On peut classer ensuite le niobate de lithium puis la structure en silicium dont la variation d'amortissement équivalent engendrée par la variation de pression d'air est quasi-constante en fonction de l'amplitude de vibration. Bien que l'effet de l'air soit bien présent dans les résultats obtenus, il reste relativement faible et secondaire. D'autre part, les deux lamelles minces en cuivre, utilisées pour compenser les défauts de surface, ont contribué à la dissipation de l'énergie dans les interfaces en contact.

### 3. Modélisation de l'amortissement visqueux dû à la présence d'air ambiant : application à la structure en silicium

Dans ce paragraphe, une étude théorique de l'amortissement produit par l'interaction entre la poutre en silicium et l'air est menée en s'appuyant sur le modèle théorique développé par Hosaka *et al* [HOS 95]. Une différence entre l'air libre et l'air confiné entre la poutre et la paroi la plus proche est réalisée. Le choix de la modélisation de l'amortissement engendré par l'interaction entre l'air et la structure vibrante est lié au choix de l'architecture du microconvertisseur (poutre en silicium en sandwich entre quatre appuis en niobate de lithium ou en quartz à l'encastrement).

#### 3.1. Amortissement dû à l'interaction entre air confiné et structure

Le flux d'air autour d'une structure sollicitée en dynamique est décrit par l'équation de Navier Stokes pour un écoulement visqueux (Eq. II.4) :

$$\overline{grad}P = \mu \Delta \vec{v} + \rho_a \vec{F} - \rho_b \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (Eq. II.4)$$

où  $\mu$ ,  $P$ ,  $\vec{v}$ ,  $\rho_a \vec{F}$ ,  $\overline{grad}P$ ,  $\mu \Delta \vec{v}$ ,  $\rho_a$  et  $\rho_b$  sont respectivement la viscosité, la pression, le vecteur vitesse, la force appliquée par unité de volume, le gradient de pression, la force de viscosité, la masse volumique de l'air et la masse volumique de la structure. Cette expression ne possède pas de solution analytique évidente. Afin de trouver une solution approchée, Hosaka *et al* [HOS 95] ont proposé des approximations permettant de simplifier cette équation. Dans le cas de la poutre étudiée en silicium, les fréquences propres expérimentales varient entre 5980 et 6020 Hz. Comme la vitesse de l'air autour de la poutre change rapidement suivant la normale à

la poutre, sa dérivée est estimée par le ratio entre la vitesse maximale et l'épaisseur de la poutre [HOS 95]. Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension en dynamique des fluides. Il caractérise un écoulement, et en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent). Le nombre de Reynolds est donné par l'Eq. II.5, où  $e$  correspond à l'épaisseur de la poutre en silicium.

$$R_e \approx \frac{\rho_a e v}{\mu} \Rightarrow R_e (m^{-1}) \leq 3.10^{-1} \quad (Eq. II.5)$$

Dans ce cas, on remarque que les nombres de Reynolds sont inférieurs à 1, ce qui rend le deuxième terme (à droite de l'égalité) de l'équation II.4 négligeable par rapport au premier. De la même manière, le nombre de Valensi  $R_v$  est calculé. Ce nombre est sans dimension, et il interprète physiquement par le ratio de diffusion visqueuse dans le temps par la période d'oscillation. Ce nombre est égal à la valeur absolue du quotient du troisième terme de l'équation du Navier Stokes par le premier terme. Une expression approchée de ce nombre est la suivante (Eq. II.6), sachant que  $f_n$  est la fréquence propre de la poutre en silicium.

$$R_v \approx \frac{2\pi\rho_a e^2 f_n}{\mu} \Rightarrow \{350 \leq R_v (m^{-1}) \leq 352 \quad (Eq. II.6)$$

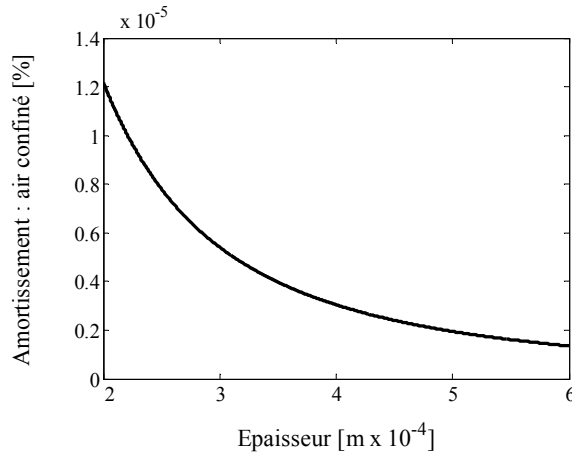
Les applications numériques nous informent que le nombre de Valensi est beaucoup plus élevé que le nombre de Reynolds car le rapport entre ces deux nombres est de l'ordre de  $10^4$ . La force qui apparaît grâce à l'effet de l'air confiné est proportionnelle à la distance, aussi nommée « gap », entre la structure et la paroi rigide la plus proche. Tout en respectant les hypothèses de travail (longueur de la poutre beaucoup plus grande que sa largeur, gradient de pression longitudinal négligeable, « gap » initial  $d_0$  uniforme, amplitude de vibration de la poutre  $w$  négligeable par rapport au « gap » et pression de l'air nulle aux extrémités de la largeur de la poutre ( $l$ )), l'expression de la force est donnée par l'équation de Reynolds. Pour des vibrations de la poutre suivant l'axe (Oy), la force  $F$  sur celle-ci, due au flux d'air dans le gap par unité de longueur, est obtenue en intégrant l'équation de Reynolds tout en respectant les conditions aux limites (Eq. II.7) :

$$d_0^3 \left( \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) = 12\mu \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right) \Rightarrow F = \frac{\mu l^3}{d_0^3} \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (Eq. II.7)$$

La combinaison de cette expression de la force due à la présence de l'air avec l'équation du mouvement de la poutre rigide non-amortie en dynamique permet d'obtenir une nouvelle équation du mouvement amorti dû à la présence de l'air. En utilisant la méthode de la décomposition modale de  $w$ , l'expression de l'amortissement réduit est déterminée pour chaque mode de vibration de la structure (Eq. II.8) ([HOS 95]) :

$$\xi_4 = \frac{\mu(p)l^2}{4\pi e\rho_b d_0^3 f_n} \quad (Eq. II.8)$$

D'après cette dernière expression, l'amortissement dépend du matériau, de sa géométrie, de l'excitation, de la valeur du gap et de la viscosité de l'air qui dépend de la pression. Une estimation de son évolution est présentée en *Fig. II.22* pour une épaisseur de la poutre variant dans l'intervalle  $[2.10^{-4} ; 6.10^{-3} m]$ . Le gap supposé entre la poutre et le pot vibrant correspond à la valeur intermédiaire de  $4.10^{-3} m$ .



*Fig. II.22 : Evolution de l'amortissement dû à l'effet de l'air confiné entre la poutre et une paroi proche en fonction de l'épaisseur de la poutre*

Les fréquences de résonance de la poutre sont données par l'expression connue suivante **GER 96**]:

$$f_i = \frac{\alpha_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho_b S}} \quad (Eq. II .9)$$

où  $I$ ,  $S$ ,  $L$ ,  $\alpha_i$ ,  $\rho_b$  et  $E$  correspondent respectivement au moment quadratique de la poutre, à sa section, à sa longueur libre, au paramètre qui varie avec le numéro de mode de vibration, à la masse volumique du matériau constituant la poutre, et, au module de Young du matériau. Lorsque la valeur de l'épaisseur de la poutre augmente, l'amortissement diminue vers une valeur négligeable et inversement (*Fig. II.22*). D'autre part, le calcul est effectué aussi pour deux valeurs du gap ( $4 \times 10^{-3} m$  et  $10^{-4} m$ ) et montre que l'amortissement respectif passe de  $10^{-6}$  à  $10^{-3} \%$ .

### 3.2. Amortissement dû à l'interaction entre air libre et structure

Comme mentionné avant, l'expression de Navier Stokes ne peut pas conduire à une solution analytique évidente. Cependant, quelques hypothèses sont prises en compte : la longueur de la poutre est beaucoup plus grande que les autres dimensions et le flux d'air est

considéré comme bidimensionnel. Dans le cas d'une plaque mince, où l'épaisseur est négligeable par rapport à la largeur, les lignes d'écoulement sont calculées uniquement en fonction de la vitesse et de la largeur de la poutre. La poutre est ensuite considérée comme étant une somme de sphères élémentaires et identiques. Le flux d'air autour d'une sphère est tridimensionnel. La dérivée spatiale est à peu près égale au rapport entre la vitesse de vibration et la largeur de la poutre. Cette dérivée, ainsi que la dérivée temporelle, sont les mêmes que ce soit pour une sphère ou pour le petit volume d'une poutre mince. Ceci signifie que la partie droite de l'équation de Navier Stokes est identique dans le cas de ces deux géométries. Par ailleurs, le modèle proposé par Hosaka ne tient pas compte de l'interaction des flux d'air générés par chacune des sphères, qui correspond au modèle proposé par Kokubum *et al* [KOK 84]. La force de viscosité  $T$  exercée sur la sphère de diamètre  $\phi$  et en mouvement avec une vitesse  $v$  est donnée par l'équation suivante (Eq. II.10), qui dépend de deux fonctions  $\alpha$  et  $\beta$  [HOS 95].

$$T = -\alpha v + \beta \frac{dv}{dt} \quad (\text{Eq. II.10})$$

Le deuxième terme est beaucoup plus petit que le premier, ce qui permet d'écrire la force uniquement en fonction de la viscosité. L'expression de l'amortissement donnée par Hosaka est :

$$\xi_3 = \frac{3\pi\mu(p)l + 0.75\pi l^2 \sqrt{4\pi\rho_a\mu(p)f_n}}{4e\pi l^2 \rho_b f_n} \quad (\text{Eq. II.11})$$

L'amortissement théorique calculé correspond au premier mode de vibration de la poutre en silicium et pour un quart de cycle de vibration de la structure. Il manifeste une évolution faiblement non linéaire en fonction de l'épaisseur de la poutre (Fig. II.23). La comparaison des amortissements produits par l'air libre et confiné (dans le cas de l'expérience) montre que l'effet de l'air libre est prédominant avec une valeur d'environ  $4,5 \times 10^{-3} \%$  contre  $0,35 \times 10^{-5} \%$ .

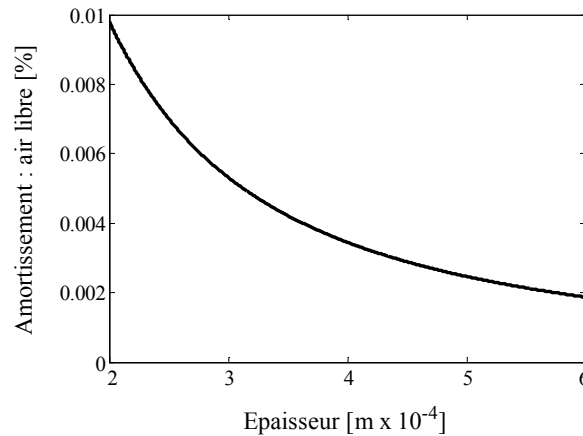


Fig. II.23 : Evolution de l'amortissement visqueux en fonction de l'épaisseur de la poutre

### 3.3. Confrontation entre expérience et modèle

Dans ce paragraphe, nous comparons les amortissements identifiés par les deux techniques de caractérisation employées précédemment à ceux obtenus par le modèle théorique proposé par Hosaka. Dans l'expression des amortissements théoriques dus à l'air proposée par Hosaka (*Eq. II.8 et 11*), seule l'évolution de la viscosité de l'air en fonction de sa pression (noté  $\mu(P)$  dans ces expressions) reste inconnue. La publication d'Andrews *et al* [AND 95] nous donne ces évolutions de la viscosité pour différent gaz (*Fig. II.24*).

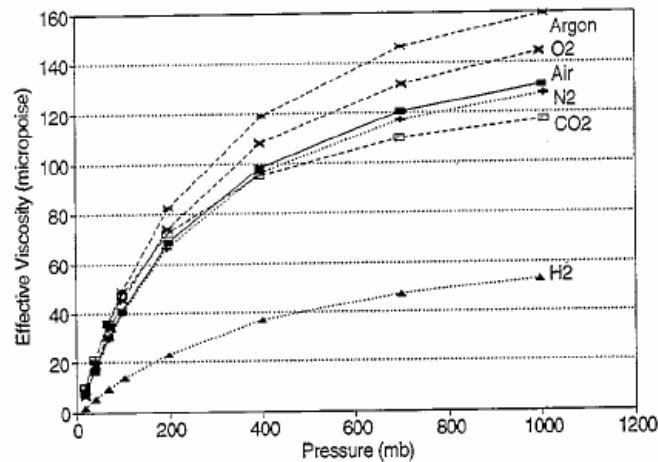


Fig. II.24 : Evolution de la viscosité effective en fonction de la pression de gaz ambiant [AND 95]

Comme dans les expériences menées ci-dessus seul l'air libre a un effet notable sur l'amortissement des poutres, on considère l'*Eq. II.11* pour simuler l'évolution de l'amortissement théorique (d'après le modèle d'Hosaka) présentée à la *Fig. II.25*.

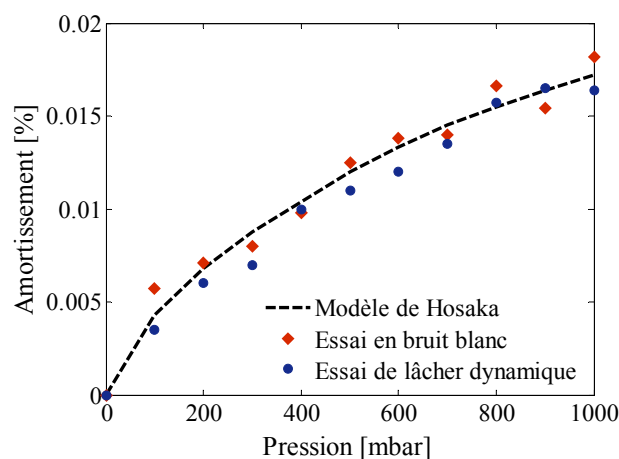


Fig. II.25 : Evolution des amortissements dus à l'air ambiant en fonction de sa pression dans l'enceinte : confrontation entre modèle et expérience (cas des poutres en Silicium).

Les points expérimentaux sont obtenus pour onze niveaux de la pression dans l'enceinte entre le PV et la PA. Chaque point correspond à la moyenne des amortissements identifiés sur toute la

bande d'amplitude dans le cas de l'essai de lâcher dynamique et sur toute la bande d'excitation en accélération RMS dans le cas des essais en bruit blanc. On considère en plus que l'amortissement dû à l'effet de l'air est négligeable sous VP. La confrontation entre les résultats expérimentaux et théoriques obtenus par le modèle de Hosaka présentée en *Fig. II.25* montre que ce dernier s'applique bien au cas de la poutre de silicium et fournit une analyse précise de l'influence de l'air ambiant sa vibration forcée ou libre.

### **3.4. Discussion et conclusion intermédiaire**

La confrontation entre les amortissements, d'une part, identifiés à partir des essais de lâcher dynamique, et d'une excitation en bruit blanc et, d'autre part, obtenus à l'aide du modèle de Hosaka en fonction de la pression d'air dans l'enceinte entre le VP et la PA, montre un très bon accord. Cela témoigne que le modèle de Hosaka de l'amortissement dû à l'effet de l'air libre est correctement applicable sur les poutres étudiées en silicium et vibrant dans l'air à pression variable entre la PA et le VP. Cet accord montre bien que l'évolution non linéaire de l'amortissement vu par la poutre dépend de l'évolution non linéaire de la viscosité de l'air en fonction de la pression de l'air ambiant. Cette étude montre aussi que l'air ambiant a un apport secondaire dans l'amortissement total identifié expérimentalement. D'autre part, on montre également que l'effet de l'air confiné est négligeable dans le cas de l'expérience établie.

D'après ce modèle théorique de Hosaka et compte tenu des dimensions du microconvertisseur d'énergie, qui sera fixé sur un bâti rigide, l'effet de l'air confiné est probablement non-négligeable puisque la distance qui sépare la structure vibrante en silicium et le bâti sera égale à environ 0,5 mm.

## **D. ETUDE ET MODELISATION DU MICROGLISSEMENT ENTRE LES MATERIAUX EN CONTACT : POUTRE EN QUARTZ**

Afin de prouver que le phénomène de microglissement dans les interfaces est la source principale de dissipation, une modélisation par éléments finis de la structure bridée de quartz est proposée. Le choix de la modélisation de la structure de quartz n'est pas dû au hasard. En effet, on a remarqué que le comportement de l'amortissement équivalent en fonction de l'amplitude de vibration sur les deux structures en quartz et en niobate de lithium se ressemble. Dans cette partie, quelques modèles statiques et dynamiques de frottement seront présentés en premier lieu, puis nous présenterons en détail le modèle de Coulomb régularisé qui sera implanté dans un code d'éléments finis ensuite recalé avec l'expérience (amortissement identifié sous vide primaire). Compte tenu de la forte rugosité des plaques de quartz et de niobate de lithium vis-à-vis de celle en silicium, on pense que les effets de microglissement sont notablement importants pour ces deux premiers matériaux.

### **1. Phénomène de microglissement dans les liaisons mécaniques**

Dans la littérature, plusieurs études du comportement dynamique des structures assemblées sont réalisées afin d'évaluer le rôle des liaisons dans les mécanismes de dissipation de l'énergie. Leurs résultats s'accordent avec ceux que nous avons trouvés, c'est à dire que les liaisons mécaniques sont la source principale de dissipation d'énergie [GOO 56, EST 00 et KES 01]. Il est donc impératif de maîtriser la modélisation du comportement mécanique des liaisons pour pouvoir prétendre à des modèles prévisionnels et fiables du comportement dynamique des structures assemblées.

Une liaison entre deux solides se traduit par une zone de contact appelée « interface ». Le contact à l'interface est maintenu par la pression provenant de différentes techniques d'assemblage : rivetage, boulonnage, soudure par points, etc. La transmission du mouvement tangentiel à l'interface est assurée par la pression de frottement. L'établissement d'une loi constitutive du comportement dynamique de la liaison présume la connaissance du mécanisme de dissipation d'énergie. Il s'avère que la perte d'énergie provient essentiellement du glissement à l'interface des sous-structures dans le cas des assemblages tels que le boulonnage, le rivetage et la soudure par points. Il s'agit donc d'un mécanisme lié au phénomène de frottement dans lequel l'énergie est dissipée sous forme de chaleur. Nous avons opté pour l'exemple d'une liaison boulonnée, afin d'illustrer le phénomène de glissement et ses diverses formes. En imposant une précontrainte dans le boulon, une pression importante est provoquée à l'interface dans une zone autour du boulon. Le mouvement relatif à l'interface désigné par « glissement » apparaît dans les zones où la pression tangentielle est suffisamment importante pour vaincre la pression de frottement [HEL 05]. Ensuite, le « seuil de frottement » est défini comme étant la pression



tangentielle minimale nécessaire pour produire le glissement. Le mouvement relatif nul appelé « adhérence » apparaît dans les zones où la pression tangentielle n'atteint pas le seuil de frottement. Soit  $S_{in}$  la surface de l'interface ou de contact et  $S_{gl}$  la surface de la zone de glissement. Trois types de glissement peuvent être définis :

Le glissement microscopique	Le glissement macroscopique	Le glissement complet
$0 < S_{in} \ll S_{gl}$	$0 < S_{in} < S_{gl}$	$0 < S_{in} = S_{gl}$

L'étude du phénomène de glissement est très complexe, elle fait intervenir plusieurs disciplines de la physique comme la rhéologie, la tribologie, la mécanique des milieux continus, la thermomécanique, ... etc. Compte tenu du but recherché, il est très compliqué d'envisager de résoudre ce problème dans toute sa complexité. Le mécanisme de dissipation lié à la propagation de la chaleur créée par le frottement est négligé vu de la rapidité des essais réalisés et la taille des structures étudiées. Du point de vue de la dynamique des structures, on s'intéresse essentiellement à la perte d'énergie mécanique due au glissement à l'interface en régime dynamique. Le calcul de cette énergie dissipée nécessite de connaître les déplacements relatifs à l'interface et les forces tangentielles correspondantes.

Dans la suite, deux types de modèles de comportement avec frottement dans une liaison mécanique seront introduits : les modèles dits statiques, et, ceux dits dynamiques.

## 2. Différentes modélisations du frottement entre solides

Généralement, on distingue deux catégories de modèles selon le type de fonction définissant la force de frottement. Les modèles statiques de frottement sont fondés sur l'hypothèse de vitesse relative des surfaces constantes. Par conséquent, les modèles statiques de frottement sont gouvernés par des équations ne faisant pas appel aux dérivées des fonctions. La deuxième catégorie de modèles de frottement est fondée sur des modèles dynamiques gouvernés par des équations faisant appel aux variables d'état internes. Par conséquent, la force de frottement est déterminée non seulement par la vitesse mais également par ces variables d'état. Ces modèles reproduisent des phénomènes ne pouvant être mis en évidence que par des modèles statiques. Il s'agit notamment du glissement partiel qui est un passage transitoire entre l'adhérence et le glissement complet.

Les différents modèles de frottement sont présentés en employant les notations utilisées dans la Fig. II.24, où  $F$ ,  $P_n$ ,  $P_i^{j \rightarrow i}$ , et  $v_{ij}$  représentent respectivement la force d'excitation extérieure, l'effort normal à l'interface, l'effort de frottement appliqué par le solide  $j$  sur le solide  $i$  et la vitesse relative du solide  $i$  par rapport au solide  $j$ .

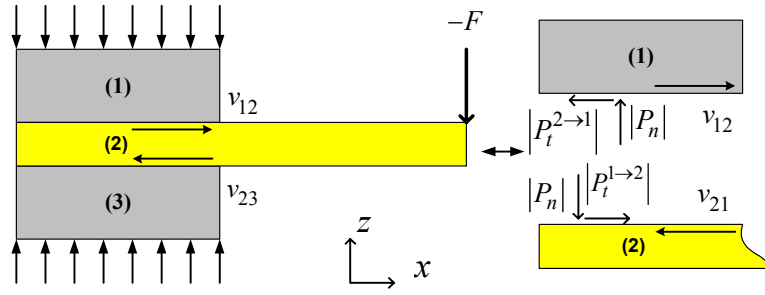


Fig. II.24 : Schéma explicatif du phénomène de frottement

## 2.1. Modèles statiques de frottement

### Frottement de Coulomb

Le modèle le plus connu appartenant à la famille des modèles statiques est celui élaboré par Coulomb. La loi de Coulomb définit l'effort de frottement en fonction du coefficient de frottement  $\mu$  et de l'effort normal  $P_n$ . Ce modèle statique est défini par l'équation suivante :

$$P_t^{j \rightarrow i} = -\mu |P_n| \text{sign}(v_{ij}), \quad i = j = 1, 2 : i \neq j \quad (\text{Eq. II.12})$$

Le seuil de frottement du modèle de Coulomb est proportionnel au module de l'effort normal à l'interface et au coefficient de frottement. En cas d'adhérence, c'est à dire lorsque le mouvement relatif à l'interface s'annule, l'effort de frottement est gouverné par l'équation d'équilibre statique. La représentation graphique de ce modèle est montrée en Fig. II.25.

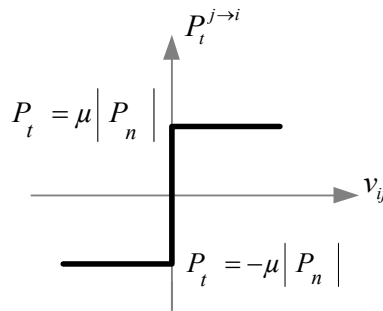


Fig. II.25 : L'effort de frottement selon la loi de Coulomb

### Frottement visqueux

Le modèle de Coulomb peut être combiné avec un modèle visqueux qui prend en compte le rôle du lubrifiant présent à l'interface. La force due au frottement visqueux est gouvernée par  $P_t^{j \rightarrow i} = b v_{ij}$ , avec  $b$  représentant la viscosité du lubrifiant. Le modèle combiné devient :

$$P_t^{j \rightarrow i} = -\mu |P_n| \text{sign}(v_{ij}) + b v_{ij}, \quad i = j = 1, 2 : i \neq j \quad (\text{Eq. II.13})$$

### Modèle de Stribeck

Des formules plus complexes du frottement statique sont proposées par Stribeck [LEM 01]. Ces modèles introduisent la dépendance de l'effort de frottement aux propriétés mécaniques du matériau, à la température, ... etc. La formule générale de ces modèles peut être traduite par la formule présentée en Eq. II.14 :

$$P_t^{j \rightarrow i} = \begin{cases} f(v_{ij}) & \text{si } v_{ij} \neq 0 \\ P_e & \text{si } v_{ij} = 0 \text{ et } |P_e| < P_c \\ P_c \text{sign}(P_e) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{Eq. II.14})$$

où  $f(v_{ij})$ ,  $P_e$ ,  $P_s$  et  $P_c$  représentent respectivement la fonction arbitraire de l'effort de frottement, la force extérieure, l'effort de saturation et l'effort la force d'adhérence. La force d'adhérence représente le seuil de glissement qui peut être plus élevé que l'effort de frottement une fois que le frottement est déclenché. Cet effet est connu par l'effet de « Stribeck » qui signifie physiquement que l'effort de frottement en adhérence est supérieur à celui de glissement (Fig. II.26).

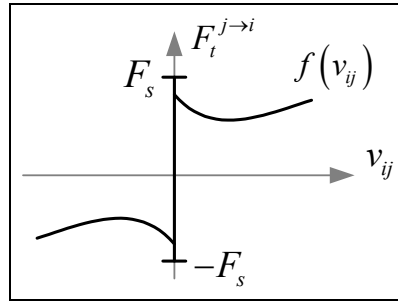


Fig. II.26 : Evolution de l'effort de frottement selon le modèle de Stribeck

## 2.2. Modèles dynamiques de frottement

Plusieurs modèles de frottement dynamiques sont disponibles dans la littérature. Dans la suite, on présente brièvement les plus connus.

### Modèle de Dhal

Dans ce modèle, Dhal [DAH 76] exploite la relation pression-déformation de deux surfaces en contact afin de décrire le glissement partiel à l'interface. Dans ce cas, on considère que la pression de frottement est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dP_t^{j \rightarrow i}}{dx} = \sigma \left( 1 - \frac{P_t^{j \rightarrow i}}{\mu P_n} \text{sign}(v_{ij}) \right)^\alpha \quad (\text{Eq. II.15})$$

où  $\sigma$  et  $\alpha$  représentent respectivement la pente initiale de la pression de frottement et le paramètre déterminant la forme de la courbe pression-déplacement. Ce modèle a été utilisé notamment pour caractériser le frottement dans les roulements [DAH 76].

### Modèle phénoménologique de Iwan

#### a) Le modèle d'Iwan : système à base de ressort-patin frotteur

Dans ce modèle [IWA 67], le frottement à l'interface est modélisé par un système d'éléments ressort-patin frotteur. Ce modèle a été choisi pour étudier le comportement dissipatif de l'assemblage présenté précédemment. Les éléments ressort-patin frotteur utilisés sont appelés des éléments de Jenkins ou de Masing. Ces éléments sont souvent employés pour l'étude du contact dans les liaisons mécaniques [HEA 03 et SON 04] : Il s'agit d'une modification du modèle du Coulomb. La Fig. II.27 présente une modélisation physique et rhéologique ainsi que sa réponse entre la pression tangentielle appliquée et le déplacement relatif du modèle d'Iwan [IWA 67]. La pression tangentielle  $P_t$  entraîne tout d'abord une déformation élastique caractérisée par la raideur  $K_t$  du ressort alors qu'au niveau de l'interface, les matériaux restent en adhérence. Cette déformation englobe les déformations locales et réversibles des aspérités. Le glissement se produit ensuite lorsque la pression atteint le seuil de frottement  $P_t = \mu P_n$ .

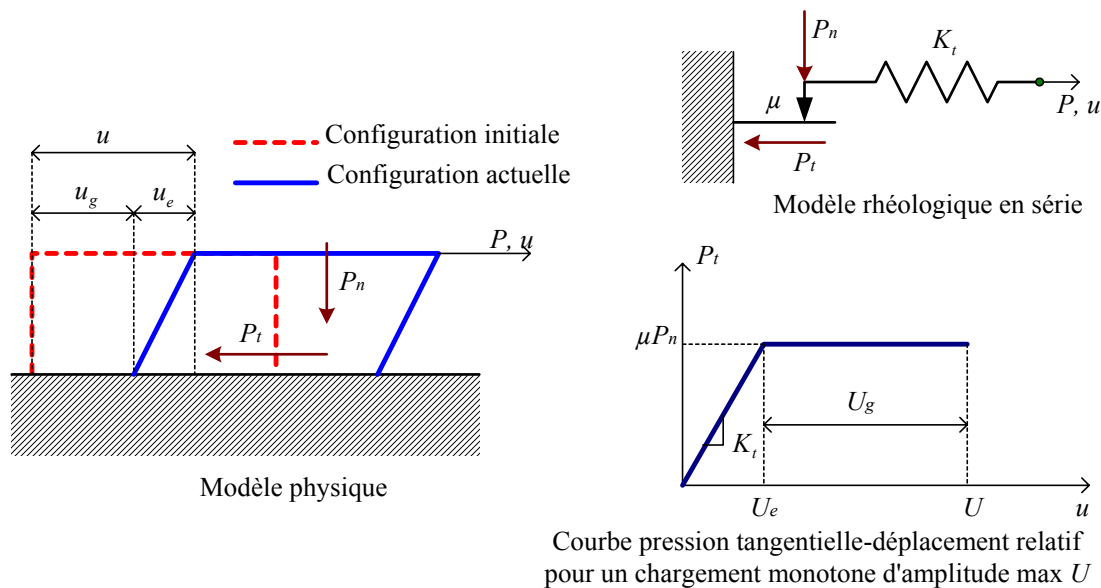


Fig. II.27: Le modèle d'Iwan à 1 ddl

Les éléments ressort-patin frotteur peuvent être connectés en série, en parallèle ou en connexion mixte afin de représenter différentes relations entre la pression tangentielle et le déplacement relatifs à l'interface. Ce type de modèle possède deux propriétés caractéristiques quel que soit l'assemblage des éléments ressort-patin frotteur. La première propriété se résume par le fait que la relation pression tangentielle-déplacement relatif vérifie la loi de Masing, c'est

à dire, que la réponse à un chargement cyclique de ces modèles se déduit de la réponse à un chargement monotone par une homothétie [YIN 92]. La deuxième propriété se résume par le fait que la pente de la réponse pression tangentielle-déplacement relatif correspond à la contribution des raideurs des ressorts dont les patins frotteurs sont en état d'adhérence.

Considérons maintenant le système à un élément ressort-patin frotteur excité par un mouvement harmonique d'amplitude maximale  $U$ . Le déplacement du solide supérieur  $u$  est la somme du déplacement élastique  $u_e$  et du glissement de l'interface  $u_g$  ( $u = u_e + u_g$ ). Le ressort de raideur  $K_t$  est l'objet d'un allongement  $u_e$  tel que  $P(u) = K_t u_e$ . Sachant que  $\dot{u} = du/dt$  (qui correspond à la dérivée temporelle), le patin frotteur se comporte tel que :

$$\dot{u}_g = \begin{cases} 0 & \text{si } |P_t| < \mu |P_n| \\ \dot{u} - \dot{u}_e = \dot{u} - \frac{\dot{P}}{K_t} & \text{si } |P_t| \geq \mu |P_n| \end{cases} \quad (\text{Eq. II.16})$$

Lors du premier chargement mécanique (Fig. II.27), la pression tangentielle initiale progresse linéairement tant que le seuil de frottement sur la pression tangentielle n'est pas atteint. Lorsqu'il est enfin atteint, la pression tangentielle de frottement devient constante. Lors d'un chargement cyclique, la décharge mécanique se traduit dans un premier temps par une décharge élastique suivie d'un glissement du patin frotteur au moment où le seuil de pression tangentielle est atteint ( $\mu |P_n|$ ). La Fig. II.28 présente la réponse cyclique sous la forme d'un cycle d'hystérésis entre la pression appliquée et le déplacement relatif.

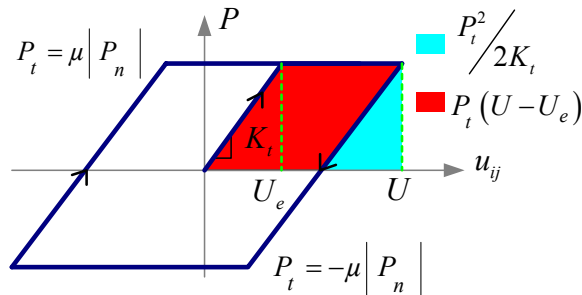


Fig. II.28 : Cycle d'hystérésis entre charge appliquée  $P$  et déplacement relatif  $u$

L'énergie élastique surfacique  $E_e$  dans ce système ressort-patin frotteur est alors :

$$E_e = \int_0^{U_e} P du_e = \frac{PU_e}{2} = \frac{1}{2} \frac{P^2}{K_t} \quad (\text{Eq. II.17.a})$$

L'énergie surfacique dissipée quant à elle correspond au travail des pressions de frottement lors du glissement  $u_g = u - u_e$  du patin frotteur. Lors d'un chargement monotone d'amplitude  $U = U_e + U_g$ , elle correspond à :

$$\Delta E_{mono} = \int_0^u P_{(u)} du_g = P_t U_g = \begin{cases} (U - U_e) P_t & \text{si } |U| > |U_e| = \frac{|P_t|}{K_t} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (Eq. II.17.b)$$

Ces énergies surfaciques (élastique et dissipée) correspondent respectivement aux deux surfaces colorées en Fig. II.28. Pour un chargement cyclique symétrique par rapport à l'origine d'amplitude  $U$ , l'énergie dissipée par cycle correspond à la surface totale du cycle soit quatre fois plus importante que la précédente :

$$\Delta E_{1\ cycle} = \int_{1\ cycle} P(u) du_g = \begin{cases} 4(U - U_e) P_t & \text{si } |U| > |U_e| = \frac{|P_t|}{K_t} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (Eq. II.18)$$

En conséquence, la pente de l'énergie surfacique dissipée par cycle en fonction de l'amplitude maximale  $U$  est telle que :  $\frac{\Delta E_{1\ cycle}}{U - U_e} = 4P_t = \text{tg}(\theta)$  (Fig. II.29).

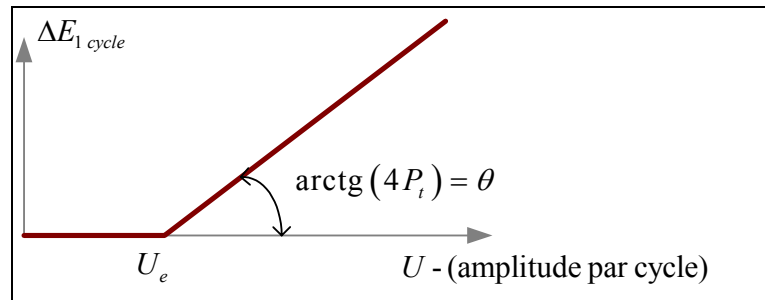


Fig. II.29 : Evolution de l'énergie surfacique dissipée par cycle en fonction de l'amplitude maximale du déplacement  $U$  pour un chargement cyclique appliqué à un système ressort-patin frotteur à 1 ddl.

Dans le cas d'un système à quatre éléments ressort-patin frotteur (Fig. II.30) assemblés en série et excités par un déplacement harmonique d'amplitude crête  $U$ , la pression globale  $P$  qui agit sur le système est définie par la superposition des relations pression tangentielle-déplacement relatif des quatre éléments considérés en Eq. II.19, sachant que le coefficient de frottement est constant à l'interface dans la liaison mécanique. Sachant aussi que  $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$ , lors d'un premier chargement, nous avons :

$$\begin{cases} P_{t,i} = K_{t,i} u & \text{si } |U| \leq |U_e| = \frac{|\mu P_{n,1}|}{K_{t,i}} \\ P_{t,i} = \mu P_{n,1} & \text{si } |U| \geq |U_e| = \frac{|\mu P_{n,1}|}{K_{t,i}} \end{cases} \text{ ou } , i = 1, 2, 3, 4 \quad (Eq. II.19)$$

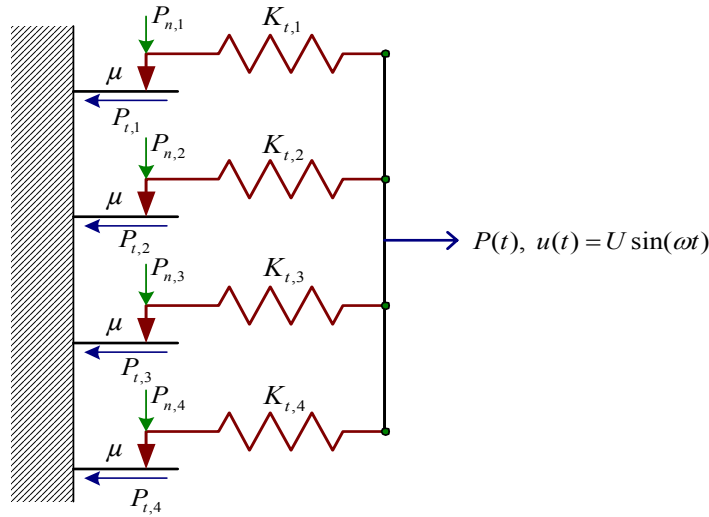


Fig. II.30 : Modèle rhéologique de 4 éléments ressort-patin frotteur montés en parallèle

La pente du chargement initial à un déplacement donné est définie par la somme des raideurs des éléments restant en adhérence. La perte d'énergie surfacique représentée par la surface du cycle d'hystérésis est obtenue par la somme des énergies des éléments ressort-patin frotteur (Eq. II.20).

$$\Delta E_{1 \text{ cycle}} = \sum_{i=1}^4 \Delta E_i$$

$$\Delta E_{1 \text{ cycle}} = \begin{cases} 4 \sum_{i=1}^4 \delta_i 4(U - U_{e,i}) P_{t,i} & \text{si } U \geq \min(P_{t,i}/K_{t,i}), \quad i = 1, \dots, 4 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

(Eq. II.20)

avec  $\begin{cases} \delta_i = 0 & \text{si } U \leq U_{e,i} = P_{t,i}/K_{t,i} \\ \delta_i = 1 & \text{sinon, } i = 1, \dots, 4 \end{cases}$

La fonction d'énergie dissipée illustrée en Fig. II.31 montre l'efficacité du modèle à reproduire la phase d'adhérence, de glissement partiel et de glissement total même si ce n'est qu'une représentation simplifiée du contact. On constate l'évolution progressive de l'énergie dissipée dans la zone correspondant au glissement partiel et total.

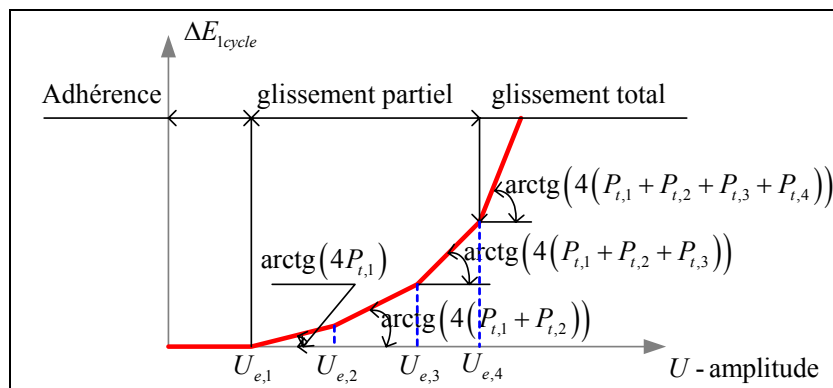


Fig. II.31 : Evolution de l'énergie surfacique dissipée par cycle en fonction de l'amplitude maximale du déplacement U appliqué à 4 éléments ressort-patin frotteur montés en parallèle (systèmes à 4 ddl).

De la même manière, le modèle d'Iwan peut être généralisé à un système à  $N$  éléments ressort-patin frotteur. L'évolution de l'énergie surfacique dissipée par cycle en fonction de l'amplitude est similaire à celle du système à quatre éléments, à savoir qu'il y a habituellement trois zones particulières : adhérence, glissement partiel et glissement total.

### b) Amortissement et coefficient d'amortissement équivalent

Afin de relier les paramètres modaux équivalents identifiés expérimentalement aux paragraphes précédents à et la modélisation du comportement dynamique de la liaison mécanique avec frottement, il est nécessaire d'introduire le coefficient d'amortissement équivalent relatif à un modèle phénoménologique de la liaison [CSA 98]. Ce coefficient d'amortissement correspond alors à celui d'un système à 1ddl constitué d'une masse, d'un ressort et d'un amortisseur visqueux qui dissipe la même énergie moyenne sur un cycle de sollicitation [THO 65, RAO 86 et PAR 04]. Il s'agit d'une approche souvent utilisée pour caractériser les propriétés dissipatives des liaisons mécaniques. L'énergie dissipée par ce système à 1ddl, de pulsation d'excitation  $\omega$ , et excité par un déplacement harmonique d'amplitude  $U$ , est définie par (Annexe 5) :

$$\Delta E_{1 \text{ cycle}}(U) = 2\pi\xi_e \frac{\omega}{\Omega} K_{t,1} U^2 = 4\pi\xi_e \frac{\omega}{\Omega} E_e(U) \quad (\text{Eq. II.21})$$

où  $\Omega$ ,  $\xi_e$ ,  $K_{t,1}$  et  $E_e$  correspondent respectivement à la pulsation propre, au coefficient d'amortissement équivalent, à la raideur du système à 1ddl et à l'énergie mécanique ou potentielle de déformation développée pendant un cycle de sollicitation. De cette expression, on obtient alors le coefficient d'amortissement équivalent en fonction de l'énergie moyenne perdue par cycle  $\Delta E_{1 \text{ cycle}}$  et de l'énergie mécanique du système  $E_e$ , soit :

$$\xi_e(U) = \frac{1}{4\pi} \frac{\Omega}{\omega} \frac{\Delta E_{1 \text{ cycle}}(U)}{E_e(U)} \quad (\text{Eq. II.22})$$

Lorsque la pression tangentielle est suffisante pour déclencher le glissement au contact, l'énergie dissipée par ce système ressort-patin frotteur augmente progressivement en fonction de l'amplitude des vibrations. D'après la bibliographie [HEL 03 et FOL 05], cette progression de l'énergie dissipée est plus importante que celle de l'énergie potentielle. Par conséquent, d'après l'Eq. II.22, l'amortissement équivalent augmente dans un premier temps avec l'amplitude des vibrations. En revanche, lorsqu'une zone de contact est en glissement complet, l'énergie dissipée ne progressent plus que linéairement avec l'amplitude des vibrations, et donc l'amortissement équivalent passe par un maximum puis diminue avec l'amplitude des vibrations. Cette évolution du coefficient d'amortissement équivalent avec un maximum en fonction de l'amplitude des vibrations est présentée en Fig. II.38 et 40 (paragraphe suivant).



### 3. Simulation numérique du microglissement à l'encastrement

#### 3.1. Mise en oeuvre numérique du modèle de frottement de Coulomb régularisé

Afin de simuler les pertes d'énergie par microglissement dans la liaison mécanique et de les confronter aux dissipations observées expérimentalement à partir de l'essai de lâcher dynamique, la mise en oeuvre numérique d'un modèle de frottement est réalisée dans le code de calcul par la méthode des éléments finis COMSOL Multiphysics. Dans cette étude numérique, il est prévu de vérifier les évolutions des coefficients d'amortissement équivalents et de l'énergie dissipée par frottement sec. Le deuxième objectif de cette étude est de valider les chargements mécaniques appliqués au contact, et de localiser le lieu où l'amortissement équivalent est maximal. Les propriétés mécaniques introduites dans le modèle correspondent à celles d'une poutre en quartz encastree sur une longueur de  $7,2\text{ mm}$  (identique à l'expérience) et libre de l'autre coté sur  $7,8\text{ mm}$  de longueur.

La pression tangentielle de contact est évaluée à partir de la loi de Coulomb régularisée. La première modification de la loi de Coulomb dite classique consiste à remplacer le signe de la vitesse par celui du déplacement sur un intervalle de temps donné (i.e. sur la première montée en charge monotone, ou sur le premier quart de période du cycle de la sollicitation dynamique). Cette modification correspond plus à une restriction du domaine de validité du nouveau modèle à un quart de période du cycle de sollicitation qu'à une écriture différente. La seconde modification a pour objectif de corriger la discontinuité de la loi de Coulomb au voisinage des déplacements initiaux. Une progression linéaire de la pression tangentielle avec une pente  $K_t$  à partir de la position initiale jusqu'au seuil de glissement est également employée (Fig. II.32). Plus la pente de raideur  $K_t$  est élevée, plus le modèle régularisé tend vers la loi de Coulomb. Ces modifications permettent de supprimer la discontinuité et donc de faciliter la convergence des simulations numériques. Ce modèle de Coulomb régularisé a en définitive la même réponse que le modèle d'Iwan à 1ddl présenté précédemment (comparer Fig. II.27 avec Fig. II.32).

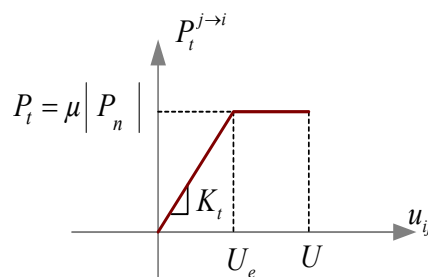


Fig. II.32 : Loi de Coulomb régularisée : évolution de la pression tangentielle  $P_t$  en fonction du déplacement relatif  $u$ .

La progression linéaire de la pression tangentielle peut être justifiée par une déformation élastique des aspérités en contact à l'interface mais aussi par une déformation élastique des

matériaux en contact. Pour un chargement monotone, l'évolution de la pression tangentielle  $P_t$  se traduit mathématiquement par les égalités suivantes (Eq. II.23 et 24) qui correspondent à une autre manière de décrire le même comportement que l'Eq. II.16. En chaque point de l'interface, cette pression tangentielle  $P_t$  vérifie le comportement suivant :

$$\text{si } K_t |u_{ij}| \leq \mu |P_n| \text{ alors } P_t = K_t |u_{ij}| \text{sgn}(u_{ij}) \quad (\text{Eq. II.23})$$

$$\text{si } K_t |u_{ij}| \geq \mu |P_n| \text{ alors } P_t = \mu |P_n| \text{sgn}(u_{ij}) \quad (\text{Eq. II.24})$$

En conséquence, l'utilisation de ce modèle nécessite de définir le champ de pression normale  $P_n$ , le champ de raideur  $K_t$  et le coefficient de frottement  $\mu$ . Lorsque les propriétés mécaniques de l'interface sont uniformes, le champ de raideur  $K_t$  et le coefficient de frottement  $\mu$  sont constants le long du contact et sont considérés comme des paramètres globaux. Afin de simplifier la modélisation, les propriétés mécaniques de l'interface sont considérées uniformes pour la suite de l'étude.

Le calcul du microglissement à l'encastrement est traité en régime quasi-statique en utilisant le solveur paramétrique non linéaire existant dans le code de calcul par la méthode des éléments finis COMSOL-Multiphysics. Comme l'expérience nous donne l'évolution des différentes grandeurs en fonction de l'amplitude de l'extrémité libre de la poutre, le chargement mécanique imposé pour la simulation numérique est le déplacement de son extrémité. L'application du solveur paramétrique au modèle est effectuée afin d'obtenir les résultats en fonction des différents paramètres du problème. Ces résultats ont permis de calculer l'énergie dissipée par microglissement à l'interface pour la poutre en quartz. En conséquence, l'énergie surfacique dissipée  $\Delta e_{mono}$  en chaque point de l'interface est donnée par l'équation suivante en fonction de la pression tangentielle  $P_t$  correspondant au premier quart de période du cycle de sollicitation dynamique. De même, l'énergie de déformation  $\Delta e_e$  par unité de surface développée lors de ce chargement est la suivante :

$$\Delta e_{mono} = \left( U - \frac{P_t}{K_t} \right) P_t dx dy \quad (\text{Eq. II.25})$$

$$e_e = \frac{P_t^2}{2K_t} dx dy$$

où  $K_t$ ,  $P_t$  et  $U$  correspondent respectivement à la raideur de contact par unité de surface, aux valeurs crêtes de la pression tangentielle et du déplacement relatif en chaque point de l'interface. Toujours pour un chargement monotone, l'énergie dissipée par la poutre correspond alors à la contribution de chacun des points de l'interface à l'encastrement, c'est-à-dire, à l'intégrale suivante sur la surface S de l'interface (Eq. II. 26) :

$$\Delta E_{mono} = \int_S \left| P_t \left( U - \frac{P_t}{K_t} \right) \right| ds \quad (Eq. II. 26)$$

Afin d'obtenir l'expression de l'énergie dissipée  $\Delta E_{cycle}$  par la poutre sur un cycle complet de vibration, on multiplie l'énergie dissipée  $\Delta E_{mono}$  sur le premier quart du cycle par quatre comme dans le cas du modèle d'Iwan, soit :

$$\Delta E_{cycle} = 4 \int_0^{L_c} \int_0^\ell \left| P_t \left( U - \frac{P_t}{K_t} \right) \right| dx dy = 4 \int_0^{L_c} \left| \ell P_t \left( U - \frac{P_t}{K_t} \right) \right| dx \quad (Eq. II. 27)$$

$$E_e = \int_0^{L_c} \int_0^\ell \frac{P_t^2}{2K_t} dx dy = \frac{L_c \ell P_t^2}{2K_t} \quad (Eq. II.28)$$

$$\xi_e = \frac{2}{\pi L_c} \frac{\omega}{\Omega} \int_0^{L_c} \left| \frac{K_t}{P_t} \left( U - \frac{P_t}{K_t} \right) \right| dx \quad (Eq. II. 29)$$

où  $L_c$  et  $\ell$  sont respectivement la longueur et la largeur de l'interface S en contact, soit l'interface poutre support.

### 3.2. Analyse des paramètres

Afin de comprendre l'influence des paramètres de raideur et du coefficient de frottement sur l'évolution des répartitions du déplacement relatif et de la pression tangentielle, de l'énergie surfacique dissipée par cycle et l'amortissement équivalent, une étude de sensibilité à ces deux paramètres est réalisée dans ce paragraphe. La pression normale  $P_n$  appliquée pour assurer le contact est supposée uniforme sur toute l'interface et constante en fonction du temps :  $P_n = 3,5 \times 10^5$  Pa. Compte tenu des conditions de symétrie géométrique, une modélisation numérique 2D est réalisée. La rugosité est considérée identique tout le long de l'interface. Réalisé par des éléments triangulaires à six nœuds, le maillage de la structure est raffiné à l'endroit où le microglissement de l'interface a le plus de chance d'évoluer rapidement, c'est-à-dire, au début de l'encastrement (Fig. II.33) :

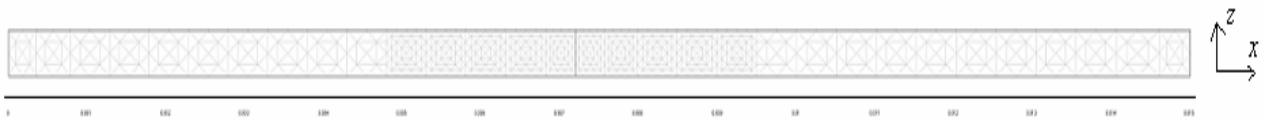


Fig. II.33 : Illustration du maillage de la poutre en quartz (le trait noir vertical situé à la distance  $x = 7.2$  mm détermine la limite entre les parties encastree et libre)

La loi de frottement est ensuite appliquée uniquement sur une seule face de la poutre encastree modélisée par éléments finis. La deuxième interface est considérée comme adhérente.

### 3.3. Etude de la sensibilité aux paramètres $K_t$ et $\mu$

Une première étude de sensibilité a consisté à conserver la valeur du coefficient de frottement  $\mu$  constante et égale à 0,10, et à faire varier la raideur  $K_t$  entre  $3 \times 10^{13} \text{ N}\cdot\text{m}^{-3}$  et  $7 \times 10^{13} \text{ N}\cdot\text{m}^{-3}$  par incréments de  $10^{13}$ . Puis, une deuxième étude de sensibilité a consisté à faire l'inverse, c'est-à-dire, à conserver la valeur de la raideur  $K_t$  constante et égale à  $5 \times 10^{13} \text{ N}\cdot\text{m}^{-3}$ , et à faire varier le coefficient de frottement  $\mu$  entre 0,1 et 0,3 par incréments de 0,05. Les résultats présentés dans cette section correspondent à une amplitude de déflexion maximale de l'extrémité libre de la poutre de  $3 \times 10^{-6} \text{ m}$  et à une pression normale constante de  $P_n = 3,5 \times 10^5 \text{ Pa}$ . L'évolution du microglissement relatif en fonction de la distance parcourue le long du contact est obtenue pour les cinq valeurs du paramètre de la raideur  $K_t$  et les cinq valeurs du coefficient de frottement  $\mu$  (Fig. II.34).

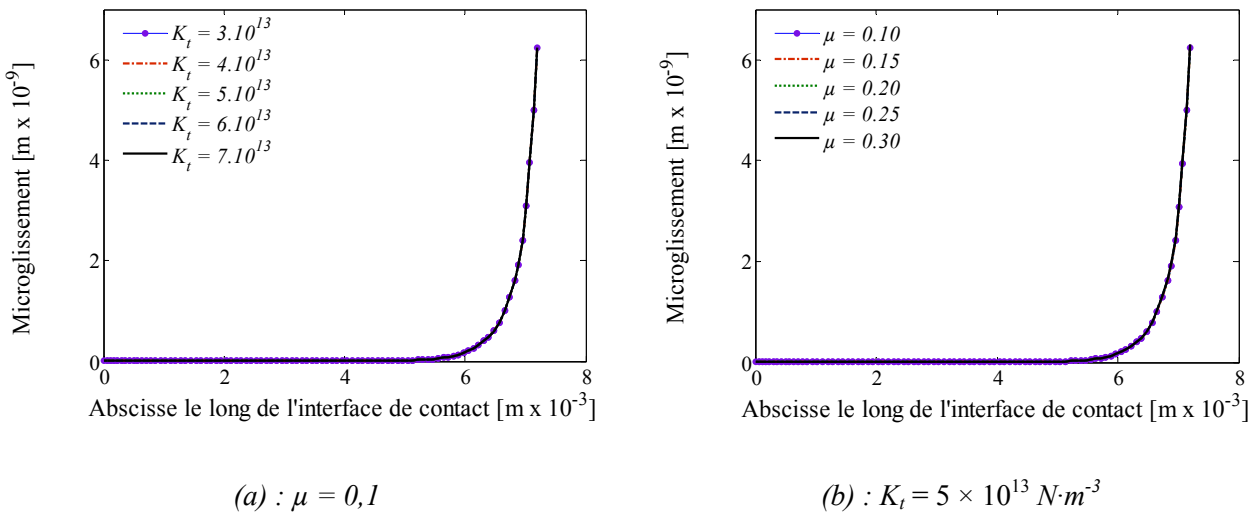
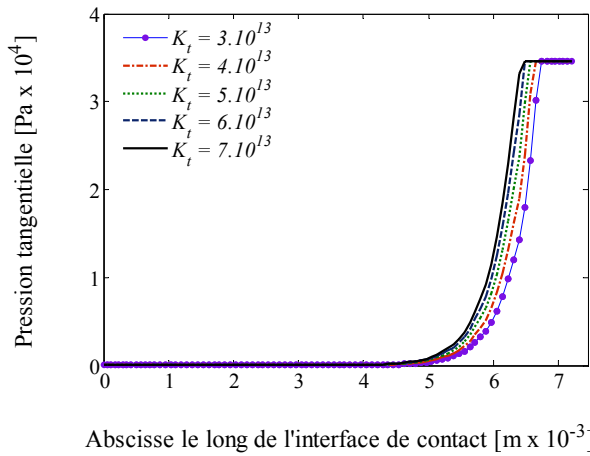
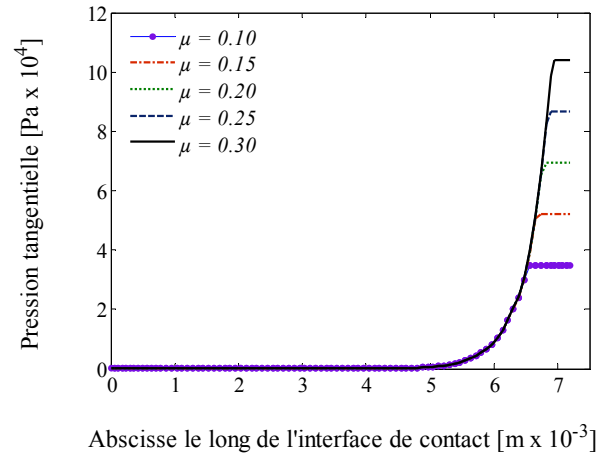


Fig. II.34 : Evolution du microglissement le long de l'interface

Ces courbes mettent en évidence trois zones distinctes. Dans la première zone (ici de  $0$  à  $5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ), l'interface peut être considéré comme adhérente (le microglissement est inférieur à  $8 \times 10^{-16} \text{ m}$ ). Cette zone d'adhérence s'étale sur environ 70 % de la surface de contact totale à l'encastrement. Elle est suivie d'une seconde zone transitoire qui correspond à l'apparition du microglissement dit partiel, c'est-à-dire, sous une pression tangentielle comprise entre 0 et sa valeur maximale ( $\mu P_n$ ). Cette zone est répartie sur une distance équivalente à 23 % de la surface totale de contact. La dernière zone correspond à du microglissement dit total, c'est-à-dire sous la pression tangentielle maximale ( $\mu P_n$ ). Elle est répartie sur une courte distance le long du contact équivalente à 7 % de la surface totale. Dans cette dernière zone, une asymptote verticale du microglissement apparaît avec une influence négligeable du coefficient de frottement  $\mu$  et de la raideur  $K_t$  sur son évolution (Fig. II.34). La variation de la raideur  $K_t$  influence principalement la longueur de la zone transitoire (microglissement partiel (Fig. II.35a)), alors que la variation du coefficient de frottement  $\mu$  influence plutôt le microglissement total par la valeur de la pression tangentielle à saturation (Fig. II.35b).



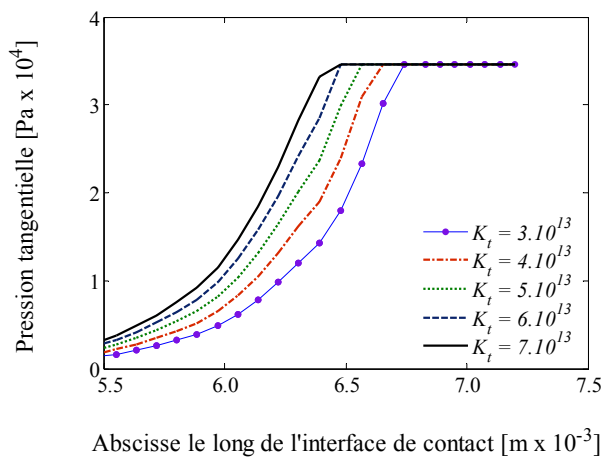
(a) :  $\mu = 0,1$



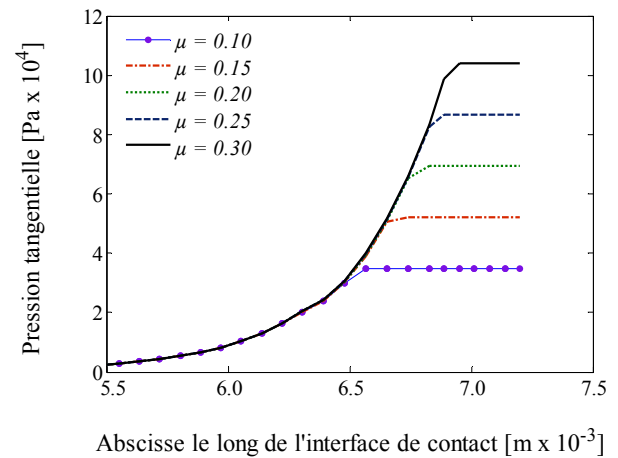
(b) :  $K_t = 5 \times 10^{13} \text{ N}\cdot\text{m}^{-3}$

Fig. II.35 : Evolution de la pression tangentielle en fonction de la distance parcourue le long de l'interface

Un agrandissement des zones de microglissement total et partiel présenté en Fig. II.36 montre plus clairement qu'à des valeurs élevées de la raideur  $K_t$  (Fig. II.36a), le microglissement partiel est réparti sur une distance de contact plus petite et le microglissement total occupe une distance de contact plus grande. D'après la Fig. II.36b, la variation du coefficient de frottement  $\mu$  influence clairement le palier de saturation équivalente au microglissement total.



(a) :  $\mu = 0,1$



(b)  $K_t = 5 \times 10^{13} \text{ N}\cdot\text{m}^{-3}$

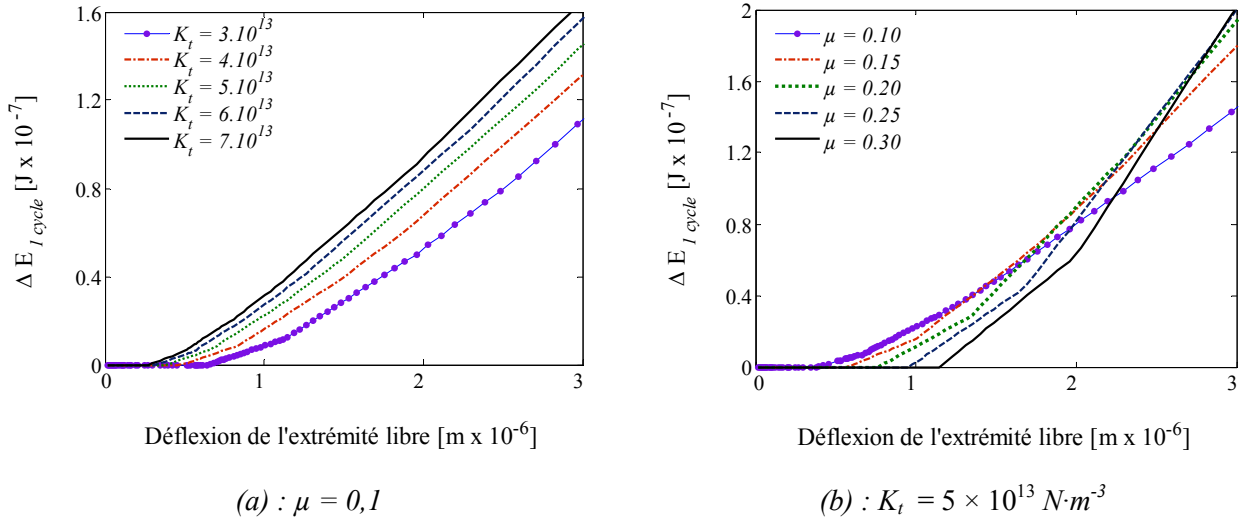
Fig. II.36 : Agrandissements de l'évolution de la pression tangentielle en fonction de la distance parcourue le long de l'interface

Les évolutions de l'énergie dissipée par cycle et du coefficient d'amortissement équivalent de la poutre sont obtenues respectivement par les Eq. II.27 et 29 pour le même jeu de paramètres et les résultats correspondants sont présentés en Fig. II.37 et 38.

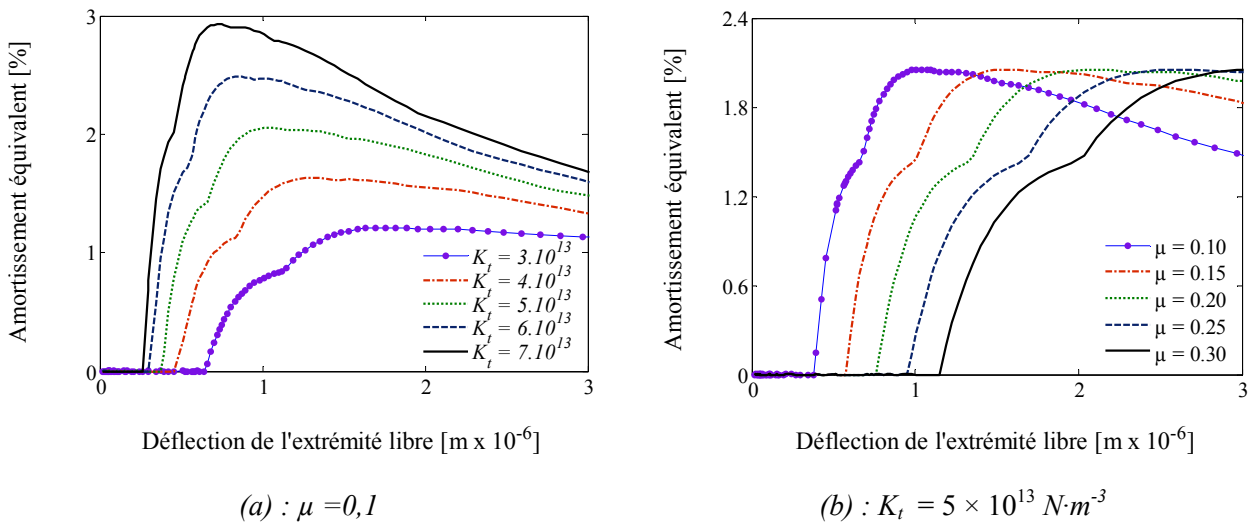
Les différents régimes relatifs au microglissement sont visibles sur les évolutions de l'énergie dissipée présentées en Fig. II.37. Dans un premier régime, l'énergie dissipée est nulle et correspond physiquement à une déformation linéaire à dissipation d'énergie négligeable. Au fur

et à mesure que l'amplitude de déflexion augmente, on distingue un deuxième régime de fonctionnement correspondant au contact avec microglissement (*Fig. II.37*).

Seule l'évolution de l'amortissement équivalent affiche clairement les trois régimes mentionnés ci-dessus avec la présence d'un maximum qui marque le passage à une zone de contact avec un glissement total (*Fig. II.38*).



*Fig. II.37 : Evolution de l'énergie dissipée par cycle en fonction de la déflexion de l'extrémité libre de la poutre*



*Fig. II.38 : Evolution de l'amortissement équivalent en fonction de la déflexion de l'extrémité libre de la poutre*

#### 4. Identification des paramètres du modèle par recalage avec l'expérience

Afin de reproduire l'expérience, une étape d'optimisation est effectuée pour identifier à partir des expériences réalisées les paramètres du modèle de Coulomb régularisé les plus adéquats (la raideur  $K_t$  et le coefficient de frottement  $\mu$ ).

#### 4.1. Recalage des paramètres de la loi de Coulomb régularisée

Le recalage du modèle avec l'expérience est effectué en utilisant les algorithmes génétiques, développés par J. H. Holland puis Goldberg [HOL 92 et GOL 89] et qui présentent des qualités intéressantes pour la résolution des problèmes d'optimisation complexes. Ils sont basés sur la théorie de l'évolution des espèces dans leur milieu naturel, soit une transposition artificielle des concepts basiques de la génétique et des lois de survie énoncées par Darwin [BRI 05]. L'utilisation des algorithmes génétiques pour résoudre les problèmes d'optimisation en dynamique des structures complexes est très coûteuse en terme de temps de calcul, surtout lorsque le problème est défini par un modèle d'éléments finis de grande taille. Cependant, le couplage de ces algorithmes évolutionnaires avec des méthodes de réanalyse approchées, comme les réseaux de neurones, permet de réduire le temps de calcul [KEY 02 et LIN 05]. Cette technique a été adaptée puis appliquée sur le modèle d'éléments finis afin de mieux reproduire l'amortissement identifié sur la structure en quartz. La fonction de convergence choisie pour résoudre ce problème mono-objectif est l'erreur quadratique entre les résultats expérimentaux et ceux données par le modèle éléments finis :

$$\psi_q = \langle \|\sigma - \phi(\mu, K_t)\| \rangle \quad (Eq. II.30)$$

où  $\phi$  est l'ensemble des valeurs générées par le modèle d'éléments finis et  $\sigma$  l'ensemble des valeurs expérimentales de l'amortissement équivalent en fonction de l'amplitude de vibration de l'extrémité libre de la poutre de quartz (identifié sous VP). La surface de réponse de l'évolution de l'erreur en fonction des deux paramètres à identifier permet de déterminer le meilleur jeu de paramètres identifiés ( $K_t$  et  $\mu$ ) (Fig. II.39a). A la simple vue de cette figure, il est évident qu'il n'existe qu'un seul minimum et donc que la valeur optimum d'erreur est unique dans l'espace de recherche choisi.

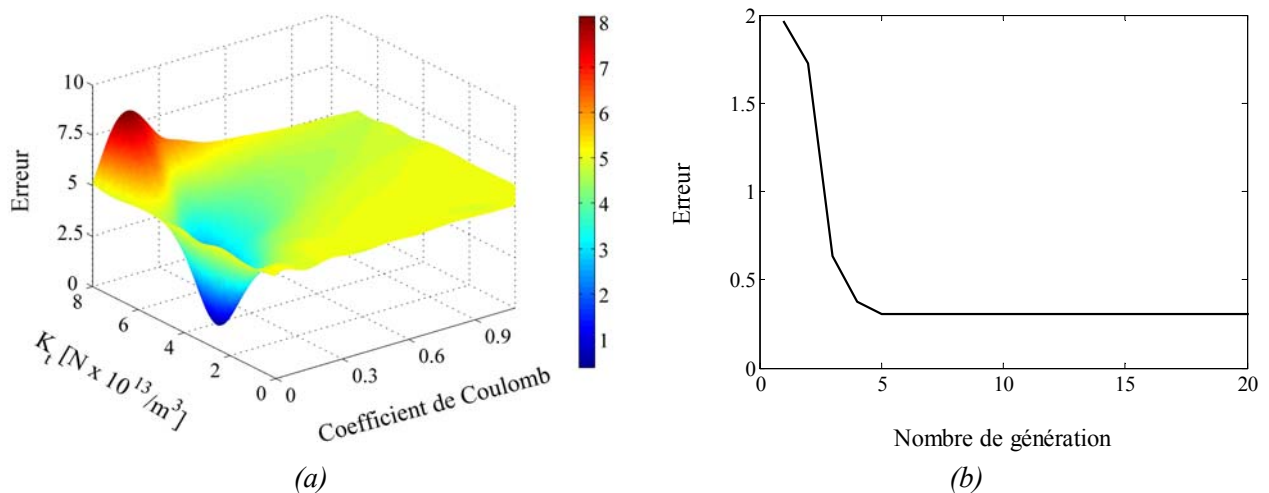


Fig. II.39 : Evolution de l'erreur en fonction respectivement (a) des paramètres de la loi de Coulomb régularisée et (b) du nombre de génération.

La fonction d'erreur entre le modèle et l'expérience converge après quelques générations seulement vers une valeur de l'erreur minimale de 0,3 (Fig. II.39b). Les deux paramètres identifiés correspondant à cette valeur optimum de l'erreur figurent dans le Tab. II.3 sachant que la pression normale appliquée afin d'assurer le contact est uniforme.

Paramètre de la raideur : $K_t$	$3,8 \times 10^{13} \text{ N}\cdot\text{m}^{-3}$
Coefficient de frottement : $\mu$	0,165

Tab. II.3 : Les paramètres identifiés

#### 4.2. Identification des paramètres $K_t$ et $\mu$ par recalage

Le recalage a été effectué entre l'amortissement expérimental identifié sous vide primaire et l'amortissement calculé en fonction de l'amplitude de déflexion de l'extrémité libre de la poutre en quartz. Une confrontation de ces deux résultats est présentée en Fig. II.40.

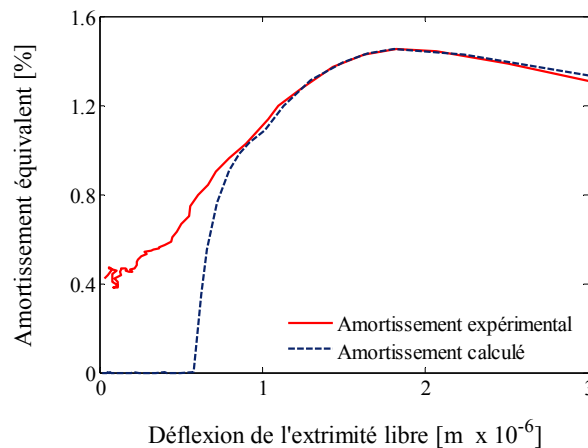


Fig. II.40 : Evolution de l'amortissement en fonction de la déflexion de l'extrémité libre de la poutre : expérience (vide primaire) et modélisation

A faible amplitude de déflexion, on constate la présence d'un décalage entre l'expérience et le modèle, en revanche, les deux résultats sont bien corrélés superposés au-delà du maximum d'amortissement. Le décalage observé aux faibles amplitudes de déflexion est probablement dû à la modélisation du frottement implanté dans le code d'éléments finis. Ce modèle de frottement basé sur la loi de Coulomb régularisée impose une zone d'adhérence pour laquelle aucune énergie n'est dissipée. D'autre part, l'amortissement expérimental qui apparaît aux faibles amplitudes de déflexion de la poutre peut être attribué à d'autres phénomènes physiques, par exemple, les pertes par effet joule dans la bobine de l'excitateur électromagnétique.

Cette modélisation par éléments finis permet aussi de connaître l'évolution de grandeurs locales comme le microglissement et la pression de contact à l'interface (Fig. II.41), mais aussi, de grandeurs globales comme l'énergie dissipée (Fig. II.42) pour chaque valeur de l'amplitude de déflexion  $A_{def}$  (m). L'évolution du microglissement et de la pression tangentielle fournit une



information précieuse sur les endroits les plus dissipatifs dans la liaison mécanique. Comme le montre la Fig. II.41a, ces endroits varient en fonction de l'amplitude de déflexion  $A_{def}$ . La Fig. II.41b montre quant à elle que l'amplitude de déflexion influence fortement la zone de microglissement complet où la pression tangentielle sature.

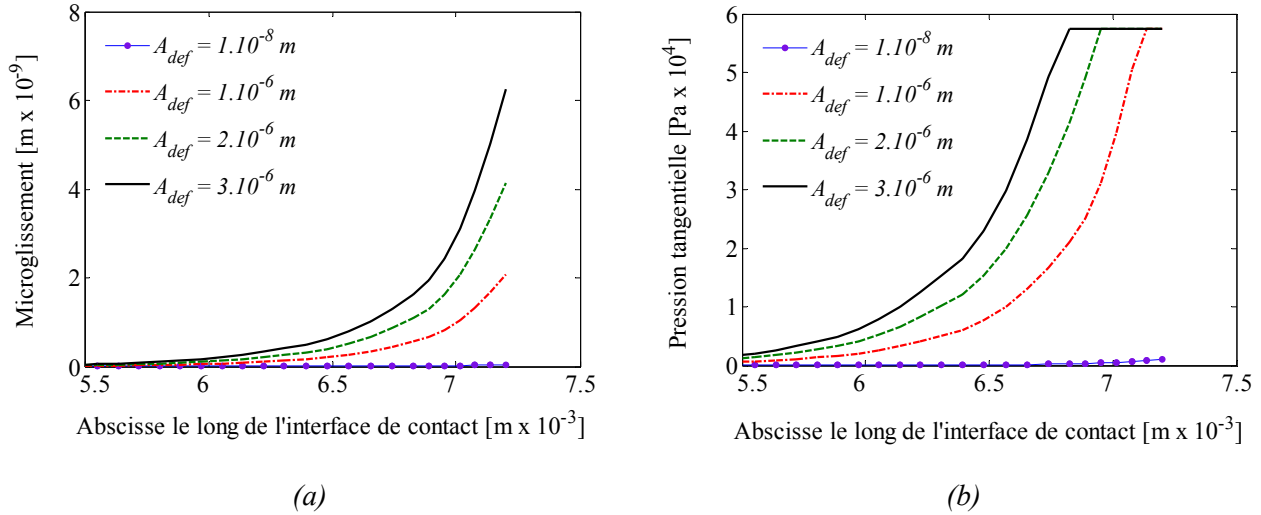


Fig. II.41 : Evolution du microglissement et de la pression tangentielle en fonction de la distance parcouru le long du contact.

L'énergie dissipée augmente avec le microglissement et la pression tangentielle pour atteindre une valeur de l'ordre de  $0,15 \mu J$  (Fig. II.42) pour une amplitude de déflexion de  $3 \mu m$ , qui reste relativement élevée vis-à-vis de l'énergie vibratoire que l'on souhaite récupérer dans l'objectif d'une conversion d'énergie vibratoire en énergie électrique.

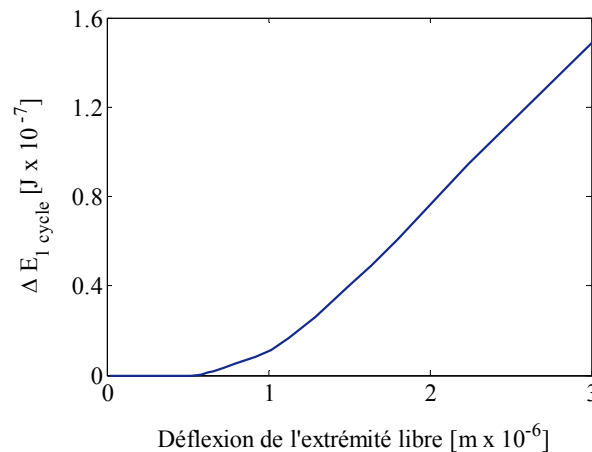


Fig. II.42 : Evolution de l'énergie dissipée en fonction de l'amplitude de déflexion

## 5. Conclusion intermédiaire

Dans cette partie D, différents modèles de frottement sont introduits dans un premier temps : Le frottement de Coulomb, visqueux, et les modèles de Stribeck, de Dahl et d'Iwan. Une

modélisation par la méthode des éléments finis du microglissement à l'encastrement de la poutre assemblée par vissage et caractérisée expérimentalement est ensuite réalisée. Le frottement est modélisé par une loi de Coulomb régularisée (loi dont les paramètres sont la raideur  $K_t$  et le coefficient de frottement  $\mu$ ). Cette loi est ensuite implantée dans le code de calcul « COMSOL-Multiphysics ». Après une brève étude de sensibilité aux paramètres, l'identification des deux paramètres de la loi est effectuée en s'appuyant sur les algorithmes génétiques combinés avec des réseaux de neurones. La fonction coût utilisée pour l'optimisation relie l'amortissement identifié sur une poutre en quartz, sous vide primaire, à l'amortissement simulé. L'unicité du jeu optimum de paramètres est observée dans l'espace de recherche choisi. La simulation de l'amortissement à partir des paramètres optimisés reproduit parfaitement l'amortissement mesuré à haute amplitude de déflexion. En revanche, on note la présence d'un décalage à basse amplitude qui provient principalement de la loi de frottement choisie dans ce calcul et dans laquelle on néglige les autres phénomènes physiques de pertes d'énergie. Cette identification confirme donc que l'amortissement équivalent identifié dans ces petites poutres assemblées par vissage est produit principalement par le mécanisme de microglissement à l'encastrement.

Il est de plus à noter que les valeurs élevées de l'amortissement identifié sur ces structures vissées ne permettent pas d'envisager une application de récupération d'énergie mécanique vibratoire : A titre d'illustration, la poutre en quartz en vibration à la résonance (à 4500 Hz) avec un amortissement de 1,6 % voit son amplitude de vibration divisée par dix toutes les 4,8 ms. Cette dernière remarque motive l'étude d'autres techniques d'assemblage des poutres à leurs encastrements moins dissipatives d'énergie comme, par exemple, le collage, qui fait l'objet du chapitre suivant.

## E. INVESTIGATION EXPERIMENTALE DE L'EFFET DE L'AIR SUR LA DYNAMIQUE DES PETITES STRUCTURES COLLEES

### 1. Introduction

L'étude précédente dédiée à la quantification de l'effet de l'air sur les petites structures encastrées-libres a révélé que les pertes d'énergie dues à l'effet de l'air sont secondaires par rapport aux pertes d'énergie provoquées par le phénomène de microglissement apparu dans les interfaces de contact. Par conséquent, il ressort que l'assemblage par serrage à l'aide de vis n'est pas la meilleure solution technique pour l'assemblage des composants d'un microconvertisseur d'énergie avec un rendement élevé, et il est nécessaire de chercher une autre technique d'assemblage moins dissipative.

Dans cette partie, trois techniques d'assemblage par collage seront étudiées et comparées, mettant en œuvre respectivement une couche de résine époxy SU8 (d'épaisseur  $5\ \mu\text{m}$  ou  $1\ \mu\text{m}$ ) et de l'or compressé de  $200\ \text{nm}$ . Nous choisirons le niobate de lithium comme support de collage, ce qui s'explique par notre objectif de convertir l'énergie vibratoire transmise par la poutre sous forme électrique. Le choix de la coupe de niobate de lithium (Y+36) s'explique par le fort couplage piézoélectrique des effets de compression normale appliqués au matériau par la vibration de la poutre encastrée-libre.

La démarche d'identification expérimentale est identique à celle de la partie précédente mais un nouveau montage permet de faire varier la pression entre la PA et le vide secondaire (VS). On présentera d'abord les différentes étapes d'assemblage des trois structures collées. La nouvelle expérience de caractérisation sera ensuite décrite en détail. Finalement, nous présenterons et discuterons les résultats obtenus.

### 2. Présentation des trois différentes structures collées

Les trois structures testées expérimentalement sont obtenues par collage. La première structure est constituée d'une poutre en silicium dont les dimensions sont égales à  $15 \times 3,6 \times 0,36\ \text{mm}^3$  et d'une poutre en niobate de lithium dont les dimensions sont  $7,2 \times 3,6 \times 0,50\ \text{mm}^3$  (Fig. II.43). Lors de la caractérisation expérimentale, l'ensemble est lui-même collé sur un support en acier.

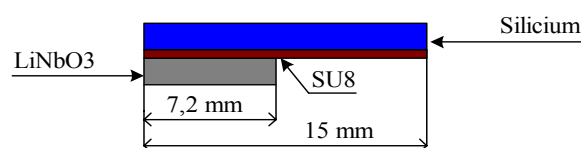


Fig. II.43: Schéma de la structure assemblée

Le collage est réalisé par une machine de collage plaque-à-plaque permettant de maîtriser la température, la pression ambiante et la force appliquée (Fig. II.44).



Fig. II.44 : Photo de la machine de collage plaque-à-plaque (ou « wafer bonding »)

Cette machine de collage plaque-à-plaque permet uniquement le collage de deux substrats dont les bords doivent être entiers car les deux plateaux de serrage doivent être absolument parallèles pour assurer un collage uniforme sur toute la surface souhaitée. Quand on utilise un substrat dont une grande partie est manquante, ces plateaux de serrage peuvent se briser. Néanmoins, l'utilisation de substrats avec des petites formes manquantes (dans le substrat et sans toucher les bords) est envisageable lors du collage.

#### a) Procédé de découpe des substrats avant collage

Pour fabriquer nos structures collées, nous nous sommes servi de deux substrats dont le premier est entier (substrat en silicium). Deux parties rectangulaires de  $8 \times 19 \text{ mm}^2$  de surface du substrat en niobate de lithium sont enlevées exactement au centre du substrat. L'enlèvement de ces parties est effectué dans un premier temps à l'aide d'une micro-scie à commande numérique destinée à la découpe de ce type de matériaux. Pour cela, le substrat de niobate de lithium est entièrement protégé et collé par une résine (S1318) soluble dans l'acétone, sur un substrat de silicium d'une épaisseur égale à  $0,5 \text{ mm}$  qui sert de support rigide. Cette solution s'est avérée peu efficace car un nombre élevé de plaquettes a été endommagé de façon rédhibitoire lors de la découpe. En définitive, cette technique de découpage a donc été abandonnée au profit de la technique de découpage par ultrasons. Le substrat est alors collé sur un masque de verre par une cire connue sous le nom de «Arcanson». Ce procédé de collage provisoire débute par le chauffage du substrat de niobate de lithium jusqu'à la température de  $80^\circ \text{C}$  pendant une demi-heure. Une couche de cire est étalée soigneusement sur une seule face de la plaque de verre et sur une seule face du substrat. Les deux surfaces sont ensuite plaquées par une petite presse pendant trente minutes. Durant ce cycle, les deux matériaux sont chauffés progressivement avec une rampe de deux degrés par minute jusqu'à la température de  $90^\circ \text{C}$ . Le refroidissement est

effectué progressivement pendant une douzaine d'heure mais toujours sous pression. L'ensemble est ensuite plongé dans un bain et positionné perpendiculairement à la sonotrode utilisée lors de la procédure de découpage par ultrason.

La fréquence des ondes de la machine d'usinage ultrasonore est de l'ordre de 20 *kHz*. Ces ondes sont générées par des transducteurs piézoélectriques [GUZ 04 et SIN 07]. L'usinage par ultrasons est un procédé de reproduction de forme par abrasion particulièrement adapté à l'usinage des matériaux durs, fragiles et cassants. Il s'appuie sur trois phénomènes physiques pour enlever la matière : le cisaillement, l'érosion et l'abrasion. Ainsi cette méthode consiste à projeter des particules abrasives (exemple : carbure de bore) très dures vibrant à fréquence ultrasonore sur la pièce à usiner, à l'aide d'une sonotrode. Le bombardement de la zone à enlever par les particules abrasives dégrade la rugosité d'une bonne partie de la surface autour de cette zone en provoquant des rayures, ce qui réduit la qualité du collage des deux substrats. Afin d'éviter ce problème une couche de résine de protection (S1813) est étalée par l'intermédiaire de la tournette sur les deux faces du substrat en niobate de lithium avant l'usinage par ultrason. Le cycle de fonctionnement de la tournette dure 30 secondes. Il est programmé avec une vitesse de rotation de 1500 *Tr.s<sup>-1</sup>* et une accélération de 3000 *Tr.s<sup>-2</sup>*. Une étape de chauffage de la résine de protection à la température maximale de 85 °C est réalisée pendant dix minutes afin de réticuler totalement cette résine.

Après découpage de la partie rectangulaire par ultrasons, le chauffage de l'ensemble est effectué pour séparer le substrat de la plaque en verre. Notons que les opérations qui suivent le découpage sont réalisées en salle blanche. Le substrat de niobate usiné est ensuite plongé dans un bain d'acétone pendant une demi-heure afin d'enlever entièrement tout résidu d'arcanson et la résine de protection. Après séchage, le substrat est encore plongé dans un bain d'éthanol suivi d'un second séchage. Le substrat de niobate est replongé dans un bain d'acide sulfochromique pendant une demi-heure car les deux premiers bains n'enlèvent pas entièrement les résidus de matière organique (ce que nous avons vérifié par l'intermédiaire d'un microscope optique). Il est également connu qu'un mélange de 50 *ml* de pyroxyde d'hydrogène et de 50 *ml* d'acide sulfurique est très efficace pour enlever les résidus organiques. Néanmoins, dans le cas d'un substrat usiné avec présence d'angles vifs, il est risqué d'utiliser cette réaction exothermique car elle provoque la rupture brutale du substrat. En revanche, le substrat en silicium non-usiné est nettoyé en utilisant respectivement un bain d'acétone, d'éthanol et d'un mélange de 50 *ml* de pyroxyde d'hydrogène et de 50 *ml* d'acide sulfurique.

## **b) Procédé de collage avec de la résine SU8**

La procédure de collage commence immédiatement après le nettoyage des deux substrats et la vérification minutieuse de leur propreté. Le substrat de silicium est recouvert d'une couche de résine SU8 de 5  $\mu\text{m}$  par une centrifugeuse programmée avec une vitesse de rotation de 3000 *Tr.s<sup>-1</sup>* et avec une accélération de 3000 *Tr.s<sup>-2</sup>* pendant 30 *s*. Une fois la couche de résine bien

étalée sur la surface du substrat, celui-ci est délicatement placé sur le premier plateau de la machine de report. Trois lamelles sont également réparties sur la circonférence du substrat. Le substrat en niobate de lithium est ensuite placé sur les trois lamelles, puis le contact entre les deux substrats est effectué en premier lieu par un petit piston central puis par le grand piston installé dans le deuxième plateau. Après serrage des deux plateaux, la pompe est mise en marche afin d'assurer un VS de l'ordre de  $10^{-6}$  mbar dans la chambre de collage. Quand le VS est assuré, un cycle de chauffage est appliqué pendant quatre heures, pour permettre la cuisson de la couche de résine époxy (Fig. II.45).

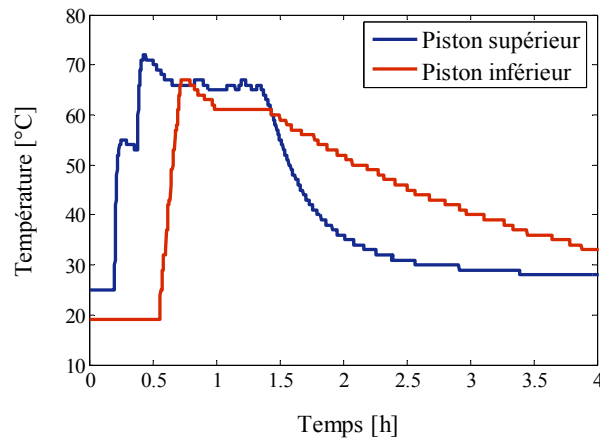


Fig. II.45 : Exemple de l'évolution de la température au niveau des deux pistons

Comme le montre cette dernière figure, la température atteint en une demi-heure le palier de  $70^{\circ}\text{C}$  maintenu pendant une heure. Ensuite la température baisse progressivement jusqu'à la température ambiante. Pendant le cycle de collage, la force utilisée pour assembler les deux substrats est maintenue constante toujours sous VS. Une fois la séquence de collage terminée, les deux substrats sont à nouveau collés sur une membrane puis placés dans la micro-scie à commande numérique avec laquelle les structures souhaitées sont découpées (Fig. II.43). Ce collage est également réalisé avec une résine d'épaisseur  $1\text{ }\mu\text{m}$ . Les procédures de découpage par ultrason, de nettoyage et de collage restent les mêmes. Avant la phase de découpage avec la micro-scie, un cycle de recuit est appliqué sur la structure finale en utilisant une plaque chauffante programmable (Fig. II.46).

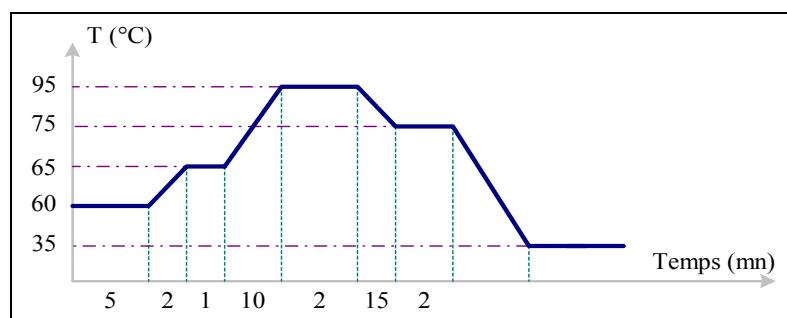


Fig. II.46 : Cycle de recuit de la résine SU8-1µm

Les températures de recuit ne sont pas trop élevées afin de ne pas réduire la sensibilité de la résine époxy. Par ailleurs, le recuit adopté permet de faire disparaître toute trace de solvant et améliore l'adhésion de la résine sur le substrat.

### c) Procédé de collage avec de l'or

Le troisième assemblage est réalisé avec de l'or compressé. Cette technique de collage nécessite un nettoyage supplémentaire pendant dix minutes avec du plasma oxygéné ( $O_2$ ) qui est réalisé avec la machine de pulvérisation cathodique sur les deux faces de substrats (silicium et niobate de lithium) à coller. Une mince couche de chrome (quelques nanomètres d'épaisseur) est déposée sur une seule face de chaque substrat pour améliorer l'adhérence de la couche d'or déposée ensuite, de 100 nm d'épaisseur. L'assemblage est réalisé par la machine de report pendant dix-sept heures. L'épaisseur de la couche d'adhésion finale d'or est mesurée à 200 nm.

### d) Procédé de découpe finale des structures

La découpe finale des petites structures est réalisée par la micro-scie numérique. Il est à noter que quelques défauts géométriques (des éclats...) apparaissent extérieurement suite à l'usinage par ultrasons ou à la découpe avec la micro-scie numérique.

### e) Étape de vérification et contrôle

Afin de vérifier le bon collage (épaisseur de colle uniforme) des structures, des images via un microscope électronique à balayage sont effectuées, et présentées en Fig. II.47 pour les assemblages réalisés avec une résine époxy SU8.

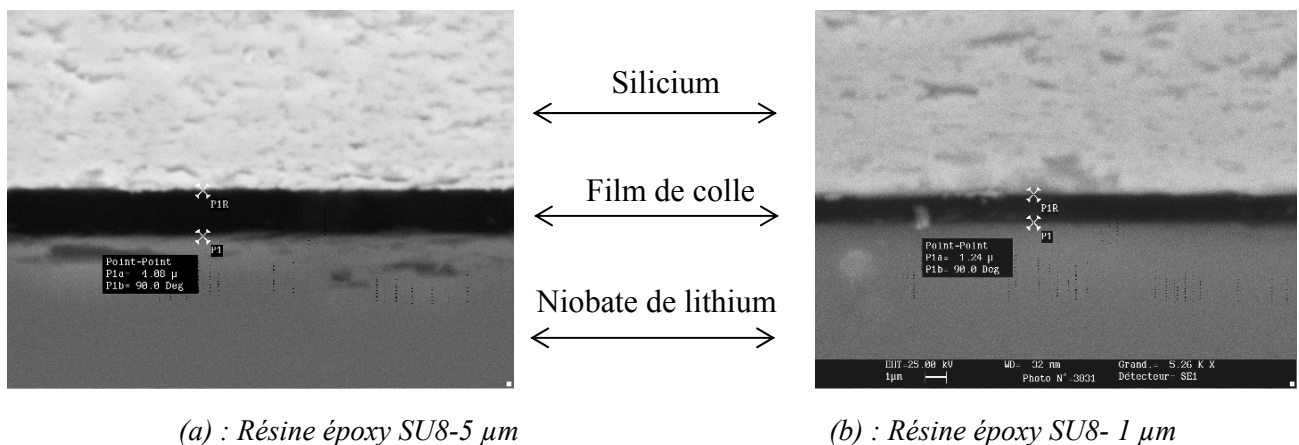


Fig. II.47 : Images MEB du film de colle : résine époxy SU8

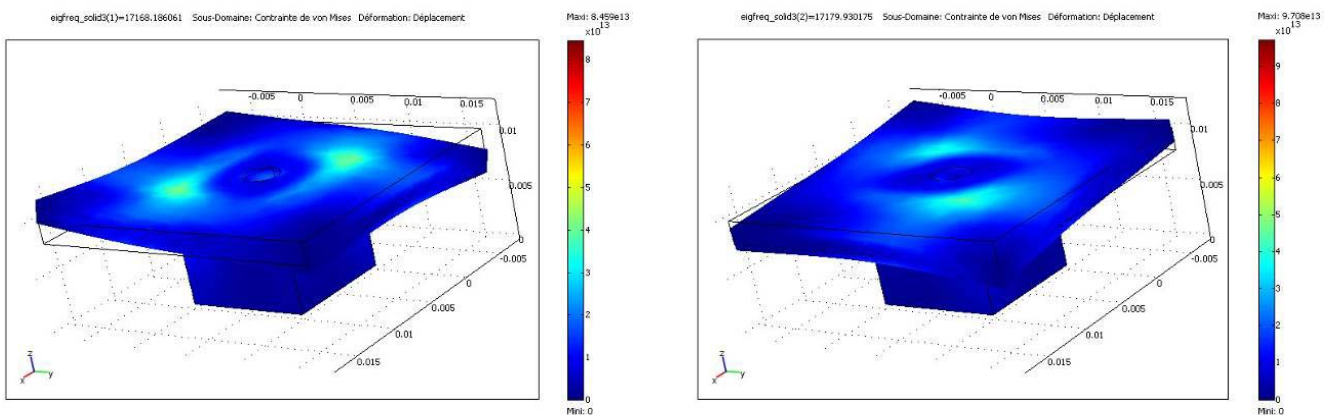
La couche claire supérieure visible sur ces images correspond au niobate de lithium, la couche noire à la couche mince de résine SU8 et finalement la couche inférieure au silicium. En

conséquent, ces images permettent de vérifier l'homogénéité de la résine et l'uniformité de son épaisseur, ce qui montre la bonne qualité de cette technique de collage plaque à plaque.

### 3. Description de l'expérience

#### 3.1. Dimensionnement du support d'encastrement des structures collées

La nouvelle expérience établie est destinée à caractériser les trois petites structures assemblées par collage. Comme on souhaite comparer les résultats avec ceux obtenus pour les structures assemblées par serrage, le nouveau support en acier est conçu pour avoir la même masse de 13,60 gr. Le nouveau support présente une forme en T et deux trous filetés de diamètre respectif de 3 mm (utilisé pour fixer l'accéléromètre) et de 6 mm (utilisé pour le fixer au pot vibrant) (Fig. II.49). L'épaisseur de son plateau supérieur est égale à 2 mm et l'épaisseur de sa base est égale à 8 mm. Afin que ce nouveau support n'influence pas les paramètres modaux à identifier pour ces nouvelles petites structures, la fréquence propre de son premier mode de vibration doit être au moins deux fois plus élevée que la fréquence propre du mode fondamental de flexion. Pour respecter cette règle de conception, une modélisation par éléments finis du comportement dynamique de l'architecture du support est réalisée à l'aide de Comsol Multiphysics afin d'estimer les fréquences propres. Le maillage utilise des éléments cubiques à huit noeuds. Les conditions aux limites introduites dans ce calcul sont choisies de manière à correspondre à l'expérience. Les deux premiers modes sont illustrés en Fig. II.48. La première fréquence de résonance du support est égale à 17168 Hz. Cette fréquence est également très proche de la fréquence de résonance de l'axe principal du pot vibrant ainsi que de sa fréquence de coupure (données constructeur). Cela signifie que nos mesures ne seront pas perturbées par le comportement du support si elles restent dans une gamme spectrale nettement inférieure à cette limite haute.



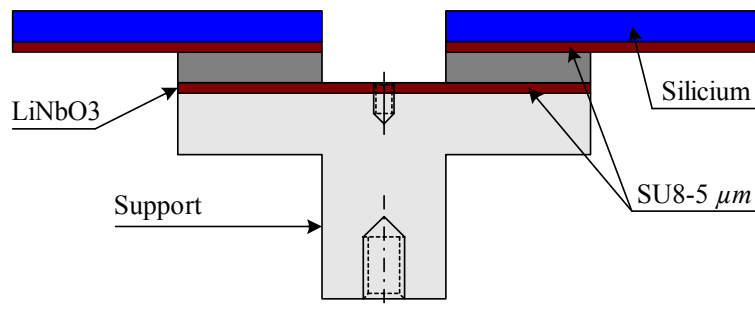
(a) :  $F_1 = 17168 \text{ Hz}$

(b) :  $F_2 = 17179 \text{ Hz}$

Fig. II. 48 : Illustration des six premiers modes du support en acier



Le support est soigneusement fabriqué en acier avec une coïncidence des axes des trous supérieur et inférieur. La face supérieure est rectifiée et le support est nettoyé à l'acétone puis à l'éthanol. Une couche de résine SU8 –  $5\ \mu\text{m}$  est étalée sur la face ainsi préparée. Pour équilibrer le montage (*Fig. II.49*), deux petites structures assemblées par collage sont positionnées symétriquement. On note que la masse du support est beaucoup plus élevée que celles des petites structures assemblées. La fixation des deux structures sur le support est effectuée soigneusement comme le montre la *Fig. II.49*. Ensuite, l'assemblage est placé dans un four programmable. Une masse de cinq cents grammes est déposée sur l'ensemble, puis on chauffe progressivement de la température ambiante jusqu'à la température de  $70\ ^\circ\text{C}$  avec une rampe de  $2\ ^\circ\text{C}/\text{mn}$ . Le refroidissement est effectué pendant douze heures. La procédure de fixation des structures sur leur support est le même pour les trois structures assemblées par le collage mentionné antérieurement. Pour toute cette étude, la fixation de l'ensemble est toujours effectuée avec une couche de  $5\ \mu\text{m}$  de résine époxy SU8 afin de garantir une homogénéité entre les trois petites structures testées.



*Fig. II.49 : Schéma simplifié de l'ensemble (support + structure)*

### 3.2. Description du dispositif de caractérisation sous vide secondaire

La nouvelle expérience de caractérisation est définie de façon à mettre en évidence l'influence de l'air jusqu'à un niveau de VS sur les trois structures assemblées par l'un des trois collages détaillés précédemment. Le support est fixé par serrage sur l'axe mobile de l'excitateur électromagnétique (*Fig. II.50*). L'ensemble de l'excitateur électromagnétique comprenant le support avec les structures assemblées et l'accéléromètre est plongé dans la nouvelle enceinte étanche, plus grande que celle utilisée lors des mesures précédentes sur les structures encastrees par vis. L'enceinte est connectée à une pompe à palette et une pompe à diffusion afin d'assurer le VS. La pompe à palette est également couplée avec la pompe à diffusion.

Le matériel et les techniques expérimentales utilisés sont en revanche les mêmes que précédemment (*cf. §. II.B*). Après chaque changement de niveau de la pression dans l'enceinte, un temps de stabilisation de quelques minutes est respecté avant la prise de mesures en dynamique. Les réponses temporelles des petites structures sont enregistrées à l'aide d'un

vibromètre à effet Doppler. L'acquisition de la réponse libre des petites structures est ensuite enregistrée via la chaîne d'acquisition Siglab.

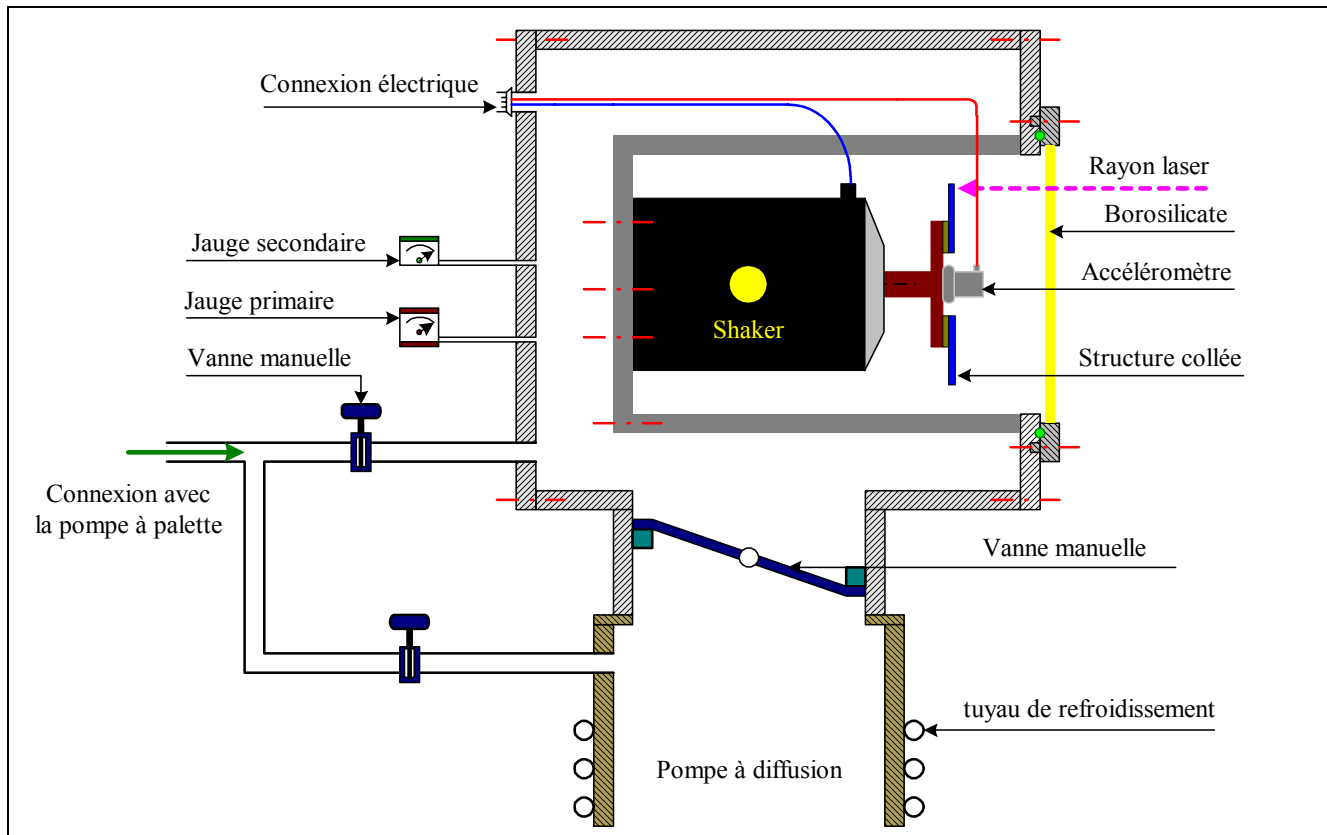


Fig. II.50 : Schéma de principe de l'expérience

### 3.3. Validation du nouveau dispositif de caractérisation expérimental

Les premiers essais sont réalisés avec une excitation en bruit blanc et une analyse par la méthode de lissage linéaire. Un exemple de l'évolution des FRFs en accélération et la phase correspondante associée de la structure assemblée avec de l'or est reporté en Fig. II.51.

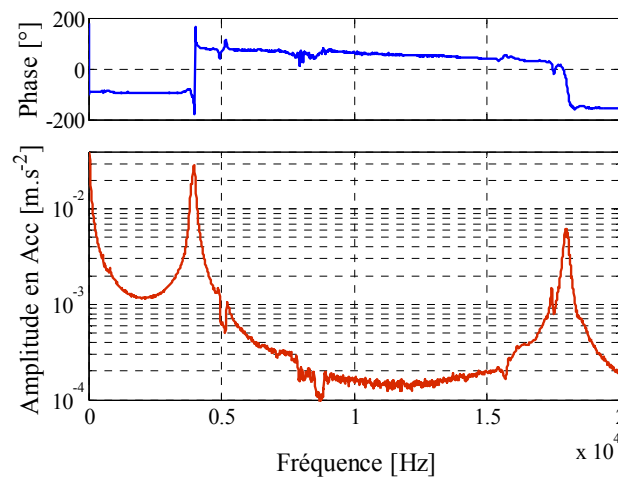


Fig. II.51 : Evolution de la FRF en accélération pour un collage avec de l'or

Dans cet exemple, on identifie deux modes dans la gamme 0-20  $kHz$  dont le premier correspond au mode de flexion fondamentale de la poutre (4  $kHz$ ). Le second correspond au premier mode de résonance du support et de l'axe mobile de l'excitateur électromagnétique d'environ 18  $kHz$ . Ces résultats expérimentaux confirment les résultats obtenus par simulation numérique (éléments finis) et les caractéristiques du pot vibrant. Ils valident ainsi le nouveau dispositif de caractérisation expérimental.

#### 4. Caractérisation du comportement dynamique non linéaire à partir d'un lâcher dynamique et d'une analyse en Ondelette

La caractérisation du comportement dynamique faiblement non linéaire des trois structures collées est réalisée pour une pression de l'air ambiant dans l'enceinte variant entre la PA et le VS. Chaque structure est excitée au niveau de son encastrement par une force en sinus interrompu (de 3  $V$  en crête à crête) à sa première fréquence de résonance. Les réponses libres sont ensuite analysées à partir de la méthode de la  $TO$ .

##### 4.1. Identification des paramètres modaux équivalents d'une poutre collée avec de l'or compressé

Les premiers résultats présentés sont dédiés à la structure assemblée avec de l'or compressé. Les fréquences propres équivalentes et les amortissements équivalents identifiés sur cette structure sont présentés dans la Fig. II.52. Les valeurs des fréquences propres mesurées sur cette structure collée avec de l'or sont beaucoup plus faibles (d'environ 50 %) que celle qui est donnée à 8068  $Hz$  par le calcul de la première fréquence propre de flexion de cet assemblage.

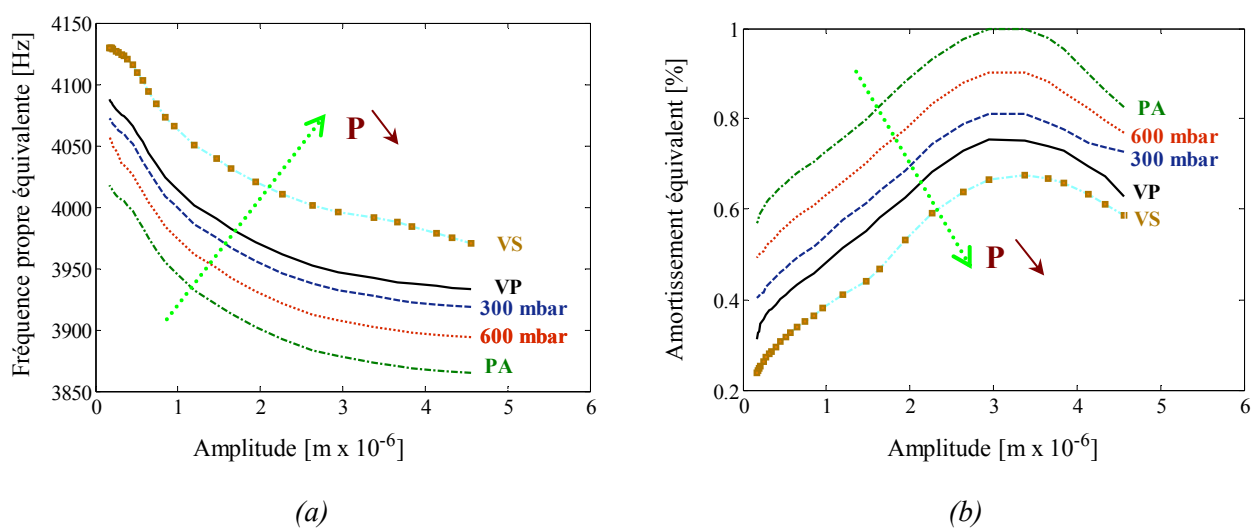


Fig. II.52 : Evolution des paramètres modaux équivalents en fonction de l'amplitude de vibration de l'extrémité libre de la structure : structure collée avec de l'or compressé

Compte tenu de l'importance de cette variation, mais aussi, du niveau de contrainte mécanique important au niveau de l'encastrement, l'explication la plus réaliste semble être un délaminage partiel du film d'or, augmentant ainsi la longueur apparente de sa partie libre d'environ  $3,2 \text{ mm}$  (estimation à partir de la formule de Bernoulli donnant sa 1<sup>e</sup> fréquence propre).

On peut aussi remarquer qu'au fur et à mesure que la pression dans l'enceinte augmente du VS à la PA, les valeurs des fréquences équivalentes diminuent de  $110 \text{ Hz}$  indépendamment de l'amplitude d'excitation. D'autre part, le passage du VP au VS augmente la fréquence propre équivalente d'environ  $45 \text{ Hz}$ . Cette valeur est équivalente à 40 % de la variation fréquentielle totale due à la variation de la pression entre le VS et la PA. Autrement dit, même si il subsiste très peu d'air dans l'enceinte entre le VP et le VS, l'effet de masse apporté par celle-ci à la structure est très important.

L'amortissement équivalent identifié sur cette structure augmente progressivement jusqu'à un maximum correspondant à une amplitude de vibration en bout de poutre de  $3,3 \times 10^{-6} \text{ m}$  quelque soit la pression appliquée. La variation de la pression entre le VP et le VS provoque la variation de l'amortissement d'environ 0,08 %, équivalent à 24 % de la variation totale d'amortissement. En comparant la variation d'amortissement équivalent due à la variation de pression entre le VS et la PA avec l'amortissement équivalent identifié sous VS, on se rend compte que l'effet de l'air ambiant est prépondérant quand les amplitudes de vibrations augmentent jusqu'à la valeur de  $5 \times 10^{-7} \text{ m}$ . A partir de cette valeur, l'effet de l'air devient secondaire (*Fig. II.52a*). D'autre part, l'amortissement reste assez élevé (jusqu'à 1%), ce qui ne joue pas en faveur de l'application de récupération de l'énergie mécanique vibratoire. Cela se traduit par de faibles valeurs du facteur de qualité. Ces valeurs élevées de l'amortissement peuvent être attribuées, d'une part, aux propriétés mécaniques de l'or qui peut avoir un comportement viscoplastique très consommateur d'énergie à température ambiante et, d'autre part, à du microglissement et du frottement au niveau du délaminage du film d'or.

Pour une application de conversion d'énergie mécanique en électricité, l'amélioration du procédé de collage avec de l'or compressé semble indispensable contenue des propriétés conductrices de l'électricité de l'or qui permettrait une utilisation en tant qu'électrode.

#### **4.2. Identification des paramètres modaux équivalent d'une poutre collée avec la résine époxy SU8 de $5 \mu\text{m}$ d'épaisseur**

Les deuxièmes résultats d'identification correspondent à la structure collée avec  $5 \mu\text{m}$  de résine époxy SU8. Il est à noter que les valeurs des fréquences propres équivalentes identifiées expérimentalement (*Fig. II.53a*) sont du même ordre de grandeur que celle qui est donnée à  $8041 \text{ Hz}$  par le calcul de la première fréquence propre de flexion d'une poutre bimorphe Silicium ( $360 \mu\text{m}$ ) /SU8 ( $5 \mu\text{m}$ ). La variation de la pression entre le VS et la PA influence les fréquences propres équivalentes dans une moindre mesure car elle induit une variation fréquentielle de 15 à  $22 \text{ Hz}$ . L'amortissement équivalent identifié sur cette structure est très faible par rapport à celui identifié sur la structure collée avec de l'or compressé puisque nous obtenons un maximum

d'amortissement d'environ 0,15 % contre 1 % pour l'or. La variation de la pression entre le VS et la PA provoque une variation de l'amortissement d'environ 0.04 % (Fig. II.53b). Le facteur de qualité équivalent varie entre 7003 et 510 sous le VS et varie entre 1338 et 340 à la PA. Ce collage avec 5  $\mu\text{m}$  de résine SU8 est favorable à l'application de récupération d'énergie.

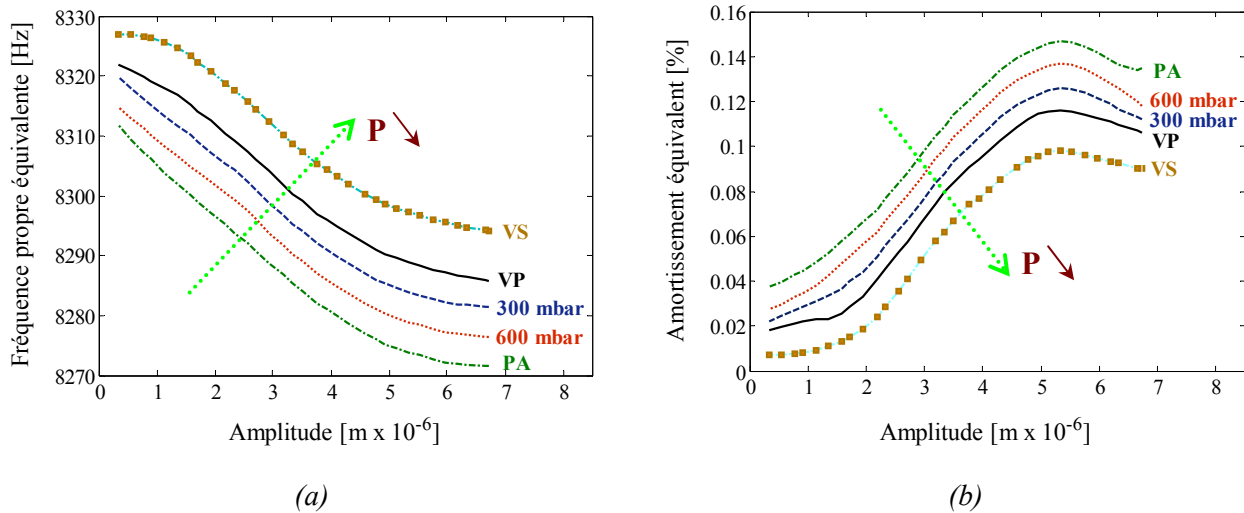


Fig. II.53 : Evolution des paramètres modaux équivalents en fonction de l'amplitude de vibration de l'extrémité libre pour différents niveaux de pression : structure collée par 5  $\mu\text{m}$  de résine SU8

#### 4.3. Identification des paramètres modaux équivalent d'une poutre collée par la résine SU8 de 1 $\mu\text{m}$ d'épaisseur

Les troisièmes et derniers résultats d'identification correspondent à la structure collée avec 1  $\mu\text{m}$  de résine époxy SU8. Il est à remarquer que les valeurs des fréquences propres équivalentes sont du même ordre de grandeur que celle qui est donnée à 8061 Hz par le calcul de la première fréquence propre de flexion d'une poutre bimorphe Si (360  $\mu\text{m}$ ) / SU8 (1  $\mu\text{m}$ ). Lorsque la pression change entre PA et VS, les fréquences augmentent d'environ 28 Hz (Fig. II.54a). Le passage du VP au VS engendre une augmentation des fréquences propres de 10 Hz équivalent à 36 % de la variation fréquentielle totale. Les évolutions de l'amortissement équivalent identifié sur cette structure sont encore plus faibles à des amplitudes de vibrations plus élevées, mais présentent toujours les mêmes maximums.

La variation de l'amortissement équivalent peut atteindre la valeur de 0,042 % lorsque la pression varie entre le VS et la PA. En comparant la variation d'amortissement engendrée par la variation de pression entre le VS et la PA avec l'amortissement identifié sous VS, on remarque que l'effet de l'air est prépondérant à faibles amplitudes de vibration. Les valeurs du facteur de qualité équivalent varient entre 1686 et 755 sous VS et varie 1052 et 464 à la PA.

En définitive, même si ce collage avec 1  $\mu\text{m}$  de résine époxy SU8 assure correctement l'assemblage de la structure en silicium avec la structure en niobate de lithium, les facteurs de qualité restent légèrement moins élevés que celles qui sont identifiées sur la structure collée avec

5  $\mu\text{m}$  de résine époxy SU8. Il semble donc préférable d'utiliser des structures collées avec une couche de résine dont l'épaisseur dépasse quelques micromètres.

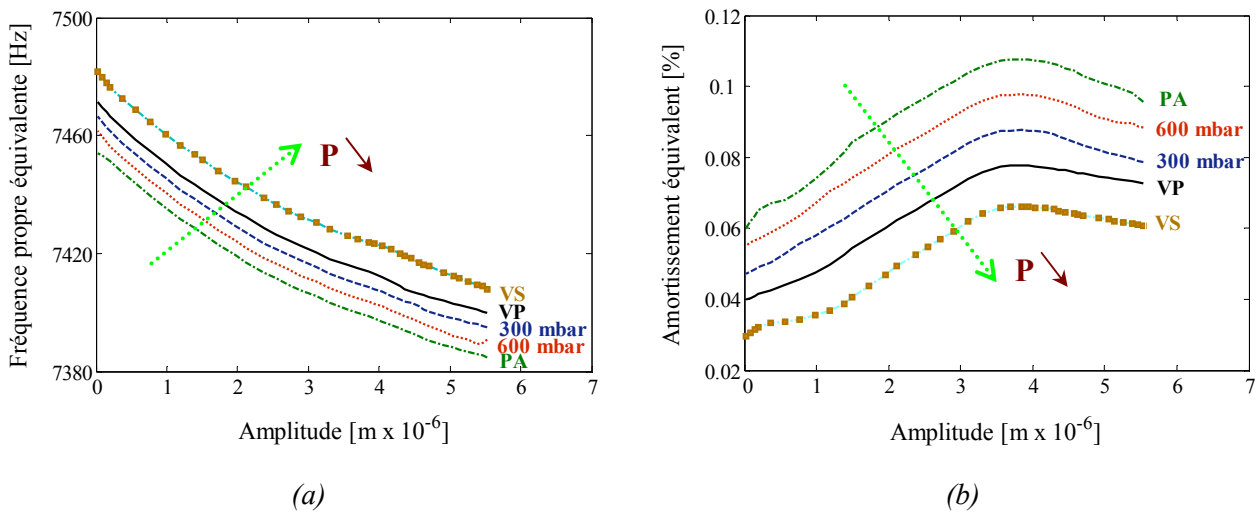


Fig. II.54 : Evolution des paramètres modaux équivalents en fonction de l'amplitude de vibration de l'extrémité libre pour différents niveaux de pression : structure collée par 1  $\mu\text{m}$  de résine SU8

## 5. Synthèses et discussions de la partie E

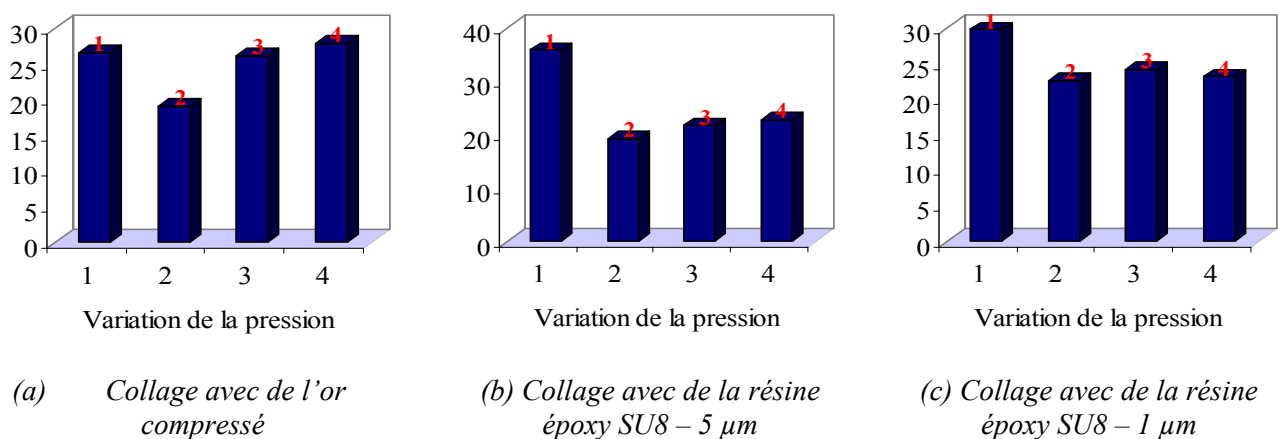
Dans cette partie dédiée à l'identification de l'effet de l'air ambiant sur les trois structures assemblées par collage, les paramètres modaux équivalents (fréquence propre et amortissement) issus de la caractérisation expérimentale ont été présentés en fonction de l'amplitude de vibration. La comparaison des résultats obtenus sur les trois structures montre que les amortissements équivalents le moins élevés sont identifiés sur la structure collée avec 5  $\mu\text{m}$  de résine époxy SU8. Il est à noter que cette structure collée possède la fréquence propre équivalente la plus élevée. La structure collée avec 1  $\mu\text{m}$  de résine époxy SU8 manifeste aussi des résultats fort intéressants. Cependant, l'amortissement identifié sur la structure collée avec de l'or compressé manifeste, contrairement à nos attentes, des valeurs d'amortissement les plus élevées et les fréquences propres les plus basses (d'environ 50 %). Cela revient, en partie, à la couche d'or qui assure l'adhésion et qui est étalée sur toute la surface libre de la structure de silicium. Il est également important de prendre en compte les petits défauts géométriques qui sont susceptibles d'exister. Toutefois, un pourcentage important de cette différence peut être attribué au problème de délaminage de la couche adhésive d'or. Cela explique la mauvaise rigidité de cet assemblage avec de l'or qui est probablement liée au procédé de réalisation.

Une comparaison des pourcentages relatifs des moyennes d'amortissement éliminé sous l'effet de la baisse de la pression dans l'enceinte, est réalisée. Ces pourcentages relatifs sont calculés à partir des résultats expérimentaux (essais de lâcher dynamique). Dans les trois figures (Fig. II.55), on trace en ordonnée le pourcentage relatif de la moyenne d'amortissement éliminé quand on varie la pression par rapport à l'amortissement total éliminé sous l'effet de la variation

de la pression entre la PA et le VS. Les chiffres 1, 2, 3 et 4 représentent respectivement la variation de pression de l'air ambiant entre :

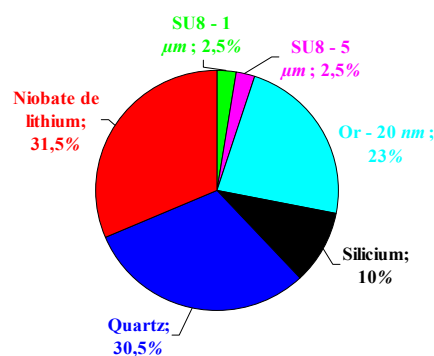
1. le vide secondaire et le vide primaire,
2. le vide primaire et la pression de 300 *mbar*,
3. la pression de 300 *mbar* et la pression de 600 *mbar*,
4. la pression de 600 *mbar* et la pression atmosphérique.

La comparaison de ces trois illustrations montre que le passage d'une pression de l'air ambiant de VP à VS dans l'enceinte influence d'une manière importante l'amortissement notamment lorsque celui-ci est globalement faible (*Fig. II.55*).



*Fig. II.55 : Evolution des pourcentages d'amortissement éliminé pour chaque variation de la pression*

Dans ce travail expérimental, un effort important a été consacré à la similitude des méthodes de caractérisation entre les premières expériences jusqu'au VP (des poutres bridées) et les deuxièmes expériences jusqu'au VS (des structures collées) : même technique d'excitation, de caractérisation et même masse des supports. Cette similitude permet donc de comparer les amortissements modaux équivalents identifiés sur les structures assemblées par collage et les structures assemblées par serrage dans le cas d'une excitation de base de 3 *V* en crête à crête. Sur la *Fig. II.56*, la moyenne des amortissements équivalents identifiés sous VP est obtenue pour les six structures étudiées (trois poutres bridées et trois structures collées).



*Fig. II.56 : Evolution des pourcentages relatifs de l'amortissement*

Le pourcentage d'amortissement moyen de chaque structure est ensuite calculé. Il apparaît sur cette figure que les structures collées avec une résine époxy SU8 sont les moins dissipatives ce qui est un atout pour l'application de récupération d'énergie. La poutre bridée en silicium favorise des coefficients d'amortissement moins élevés que la structure collée avec de l'or. Il est en revanche utile de refaire une campagne d'essai sur des structures collées avec de l'or, d'une part, pour vérifier les 1<sup>er</sup> résultats obtenus qui sont assez étonnants et, d'autre part, pour une question pratique car le film de colle en or peut facilement remplir le rôle d'électrode. Enfin, les structures en quartz et en niobate de lithium assemblées par serrage sont les plus dissipatives. Une comparaison identique des différentes structures étudiées peut également être réalisée sous vide secondaire.



## F. CONCLUSION

Dans ce chapitre, l'effet de l'air ambiant est analysé expérimentalement en premier lieu sur des poutres encastrées-libres par un système de serrage (en aluminium) par vis. Les poutres (silicium, quartz et niobate de lithium) ont été fixées sur un pot vibrant par le système de serrage en aluminium et positionnées dans une enceinte étanche raccordée à une pompe à palette qui permet d'assurer au mieux le niveau de VP ( $2,5 \times 10^{-2} \text{ mbar}$ ). Des essais en bruit blanc ont été ensuite réalisés en faisant varier l'amplitude d'excitation RMS et le niveau de pression dans l'enceinte. Les paramètres modaux ont été identifiés par une méthode classique de lissage linéaire. L'amortissement engendré par l'effet de l'air est alors apparu secondaire par rapport à l'amortissement produit par le phénomène de microglissement à l'encastrement. Afin de confirmer ces résultats, des essais de lâcher dynamique ont été réalisés dans les mêmes conditions d'enceinte. La structure est excitée en régime forcé à sa première fréquence de résonance en sinus. L'arrêt soudain de l'excitation permet de réaliser proprement les mesures en réponse libre. L'identification des paramètres modaux équivalents est effectuée par une méthode basée sur la transformée en ondelettes et dédiée aux systèmes faiblement non linéaires. Les résultats ainsi obtenus confirment ceux acquis avec une excitation en bruit blanc et montrent que l'amortissement ainsi identifié est comparable à celui identifié sur des macrostructures.

Afin de confirmer que l'amortissement principal identifié dans ces structures est celui provoqué par le phénomène de microglissement, une étude par éléments finis a été menée pour une structure en quartz uniquement. On précise que l'amortissement identifié sur cette structure est le même que celui identifié sur la poutre encastrée-libre en niobate de lithium. Ce choix est lié à l'architecture du microconvertisseur qui prévoit un serrage par vis entre les matériaux piézoélectriques placés à l'encastrement et les supports. Dans ce contexte, la loi de Coulomb régularisée, utilisée comme une loi de frottement, a été implantée dans le code de calcul Multiphysics Comsol. Le calcul a été effectué en régime quasi-statique en imposant comme chargement l'amplitude de déplacement de l'extrémité libre de la structure. Ces valeurs de l'amplitude correspondent à celles enregistrées expérimentalement sans contact via le vibromètre laser. Une phase d'optimisation en utilisant les algorithmes génétiques combinés avec les réseaux de neurones a été effectuée sur l'amortissement expérimental et calculé. Le modèle éléments finis optimisé a permis d'identifier la répartition du microglissement et de la force de contact par unité de surface dans l'interface. L'énergie dissipée est également estimée par l'intermédiaire de ce calcul. En conclusion, le résultat obtenu confirme que l'amortissement principal est celui engendré par le phénomène de microglissement. Cette conclusion nous a incité à chercher un autre moyen d'assemblage moins dissipatif.

Au vu du phénomène de microglissement observé, l'étude a été dirigée sur trois nouvelles structures collées. Les structures collées sont constituées d'une structure en silicium collée sur une structure en niobate de lithium. Trois types de matériau adhésif sont utilisés dans cette

expérience (résine époxy SU8 – 5  $\mu m$ , résine époxy SU8 – 1  $\mu m$  et or compressé). Afin de connaître précisément l'effet de l'air sur la dynamique de ces structures vibrantes, une nouvelle expérience est établie dans laquelle une nouvelle enceinte est connectée avec la pompe à palettes et avec une pompe à diffusion permettant d'assurer ainsi le niveau de vide secondaire. Le même hublot a également été réutilisé pour assurer la transmission du faisceau Laser du vibromètre. Les essais ont été réalisés avec une excitation en sinus-interrompu (lâcher dynamique) entre le vide secondaire et la pression atmosphérique. Les résultats montrent que les amortissements identifiés dans les structures assemblées avec la résine époxy SU8 – 1  $\mu m$  et 5  $\mu m$  sont les plus faibles. Cela signifie que ces deux assemblages sont les moins dissipatifs et que la matière adhésive est suffisamment rigide. Ces deux matières adhésives (SU8 – 5  $\mu m$ ) constituent donc un bon isolant entre la structure assemblée et le support dans la perspective de l'application de récupération d'énergie. Le recours à un collage par résine époxy rigide (comme la SU8) s'avère ainsi bien compatible avec notre application puisqu'il permet de minimiser (voire d'éliminer) les effets de microglissement. Lors de cette expérience, l'effet de l'air apparaît comme la source principale de dissipation d'énergie à faibles amplitudes de vibration. Quand les amplitudes de vibration augmentent, l'effet de l'air devient légèrement plus faible que les autres phénomènes de dissipations (rayonnement acoustique dans le solide, dissipation interne au matériau,...).

En ce qui concerne le collage avec de l'or compressé, l'amortissement identifié reste comparable avec celui identifié sur les structures bridées. Ceci est principalement attribué au problème de délaminage de la couche adhésive d'or. En revanche, ce collage est très intéressant en raison de sa qualité conductrice qui lui permet d'assurer le rôle d'électrode. Il sera donc judicieux de rechercher un autre procédé de fabrication permettant un meilleur assemblage avec de l'or compressé.

# CHAPITRE III

## **ETUDE DE L'EXCITATION DU MICROCONVERTISSEUR PAR DES CHOCS MECANIQUES**

# **CHAPITRE III : ETUDE DE L'EXCITATION DU MICROCONVERTISSEUR PAR DES CHOCS MECANQUES**

## **1. Introduction**

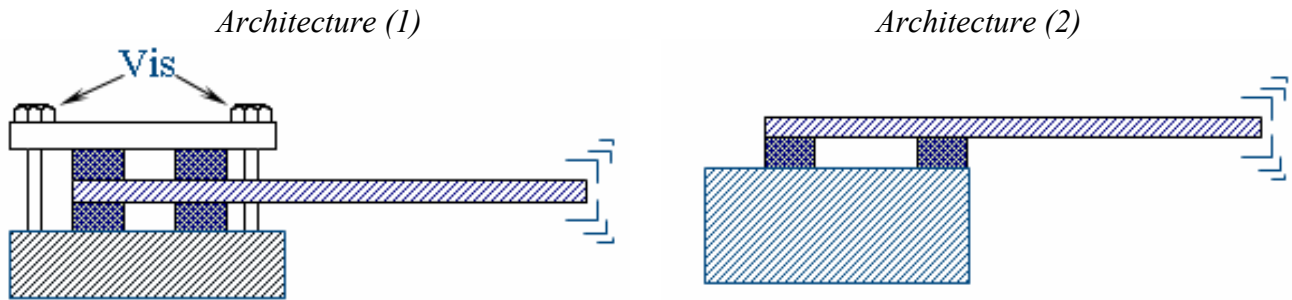
On se propose ici d'étudier la récupération de l'énergie mécanique produite par l'activité humaine dont le spectre s'étale de quelques fractions de  $Hz$  à une dizaine de  $Hz$  grâce à notre microconvertisseur dont les fréquences se situent dans la gamme 1-10  $kHz$ . Les chocs mécaniques permettent dans ce contexte un transfert simple et efficace de domaine spectral. Il existe bien entendu des applications pour lesquelles un tel transfert n'est pas nécessaire (machine tournantes et vibrantes par exemple). Toutefois, l'énergie mécanique environnante reste généralement distribuée sur un spectre ne dépassant pas quelques dizaines de  $Hz$  (automobile par exemple).

Dans ce chapitre, une étude particulière des chocs mécaniques sera investiguée soigneusement numériquement et expérimentalement en vue d'optimiser l'énergie vibratoire introduite dans le système. Le microconvertisseur sera modélisé de la façon la plus simple possible, par un système discret linéaire dissipatif à un degré de liberté. Deux formes d'excitation seront adoptées pour ce calcul numérique (excitation triangulaire et sinusoïdale) et comparées aux résultats expérimentaux obtenus sur une macrostructure en acier. On s'intéressera ensuite à l'effet du couplage piézoélectrique lorsque les transducteurs sont connectés à un circuit électrique. Puis un modèle mécanique à deux degrés de liberté sera introduit pour étudier l'influence de l'encastrement du microconvertisseur. Enfin, une modélisation analytique du microconvertisseur sera proposée, et permettra de discuter des efforts mis en jeu dans les transducteurs piézoélectriques.

## **2. Architecture du microconvertisseur**

Le choix de l'architecture du microconvertisseur a été effectué suite à des essais de caractérisation expérimentale de l'effet de l'air autour de deux types de structures. Dans une première conception, les structures encastrees par vis d'un coté et libres de l'autre coté étaient constituées de l'un des trois matériaux suivants: silicium, quartz ou niobate de lithium. La caractérisation expérimentale a révélé que l'amortissement dû à l'effet de l'air est secondaire par rapport à l'amortissement dû au phénomène de frottement. La modélisation par éléments finis du « stick-slip » confirme ce résultat expérimental (*chapitre. II*). D'autre part, les essais de caractérisation expérimentale réalisés sur des structures collées montrent une amélioration notable du facteur de qualité. Ces résultats justifient le choix de l'architecture finale du microconvertisseur [NOU 06]. De plus, la fragilité de ces matériaux rend le serrage par vis très

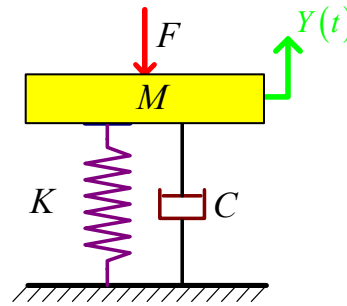
délicat, la rupture pouvant survenir à tout moment lors de la phase de serrage. Ceci justifie encore le choix de l'architecture basée sur le collage (*Fig. III.1*). Le microconvertisseur est excité par une énergie potentielle extérieure et permettant le transfert rapide voire répétitif de l'énergie.



*Fig. III.1: architecture du microconvertisseur*

### 3. Modélisation du microconvertisseur

Le microconvertisseur est modélisé par l'intermédiaire d'un système mécanique simple composé d'un ressort ( $K$ ), d'une masse ( $M$ ) et d'un amortisseur visqueux ( $C$ ). Cet oscillateur linéaire représente le premier mode de vibration du système constitué par la poutre vibrante et les transducteurs piézoélectriques (*Fig. III.2*). Ce premier modèle purement mécanique ne prend pas en compte le couplage piézoélectrique.



*Fig. III.2: Modèle équivalent à un degré de liberté*

L'équation d'équilibre dynamique de l'oscillateur est la suivante :

$$M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C \frac{dY(t)}{dt} + KY(t) = F(t) \delta_i(t) \quad (\text{Eq. III.1})$$

Pendant le choc  $\delta_i(t) = 1$  quand  $0 \leq t \leq \tau$ , après le choc  $\delta_i(t) = 0$  quand  $t \geq \tau$ ,

avec  $Y(t)$ : le déplacement relatif de la masse par rapport au support,  $\tau$ : la durée du choc.

### 3.1. Définition du choc

Le choc est un état non régulier de l'histoire de l'accélération, la vitesse ou le déplacement instantanés correspondant à un mouvement d'une surface. Contrairement à la mécanique vibratoire, le choc est caractérisé par des valeurs d'amplitudes significatives dans un intervalle de temps court [LAL 99]. Il est reconnu comme étant une excitation vibratoire pour laquelle  $\tau \approx 2T$  ( $T$  : période propre du système).

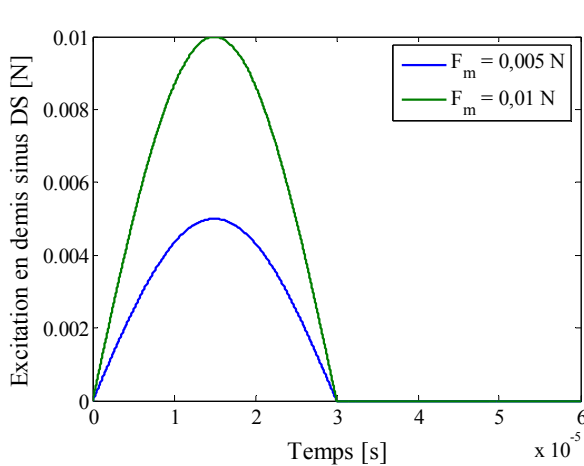
En général, Les chocs sont considérés comme la source majeure de l'endommagement [GNI 05]. Dans cette étude, le choc est considéré comme la source principale de l'énergie vibratoire qui sera convertie en énergie électrique. Afin d'étudier ce type d'excitation courte dans le temps, on commence par donner les définitions de base relatives au choc [HIE 74, HIE 75, LAL 99 et NOU 06] :

1. Le spectre de réponse au choc est la courbe représentative de la réponse la plus grande d'un système linéaire soumis à une excitation mécanique, en fonction de sa fréquence propre.
2. Le spectre des accélérations absolues caractérise la réponse du système sous l'effet d'une excitation définie que ce soit par une accélération absolue ou par une force appliquée directement à la masse.
3. Le spectre du déplacement est le calcul du déplacement relatif de la masse par rapport à la base du système. Ce déplacement est proportionnel à la contrainte créée dans le ressort. En pratique, on porte en général en ordonnées la quantité  $\omega_0^2 Y_{\text{sup}}$  appelée accélération statique équivalente. Ce produit a la dimension d'une accélération, mais ne représente pas réellement l'accélération de la masse sauf quand l'amortissement est nul. Quand l'amortissement est proche ou inférieur des valeurs constantes observées en mécanique, et en particulier  $\xi = 0,05$ , on peut assimiler en première approximation  $\omega_0^2 Y_{\text{sup}}$  à l'accélération absolue  $\ddot{Y}_{\text{sup}}$  de la masse.
4. Les spectres primaires ou initiaux positifs et négatifs SP (P et N) sont les réponses positives et négatives les plus grandes observées pendant la durée du choc.
5. Les spectres résiduels ou secondaires positifs et négatifs SR (P et N) sont les réponses les plus grandes observées après la fin du choc.

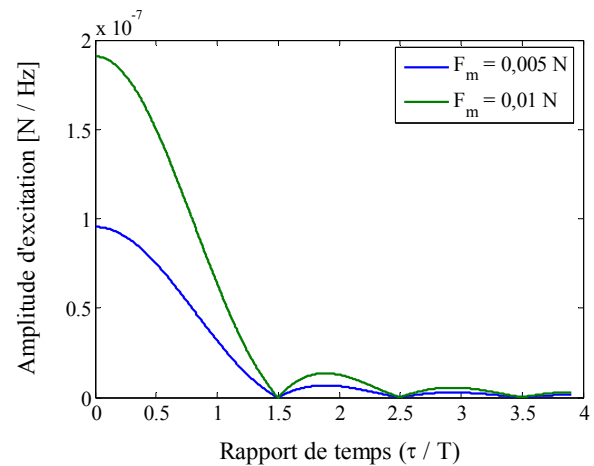
### 3.2. Simulation numérique des chocs appliqués à la structure

La simulation numérique consacrée à l'application du choc sur la petite structure étudiée est effectuée en utilisant deux formes d'excitation dont la première est une excitation en demi-sinus (*DS*) et la deuxième une excitation en triangle (*TR*). Les transformées de Fourier des forces d'excitation sont calculées par Lalanne [LAL 99] et sont présentées en *Fig. III.3* et *Fig. III.4*. Les transformées de Fourier des forces d'excitation en *DS* et en *TR* sont calculées pour deux valeurs

d'amplitude maximale ( $F_m = 0.05 \text{ N}$  et  $F_m = 0.01 \text{ N}$ ). Pour ce calcul, la durée du choc  $\tau$  est imposée à  $3 \times 10^{-5} \text{ s}$ . Le paramètre  $T$  correspond à la période propre de la structure ( $T = 1 / f_0$ ) ( $f_0$  : fréquence propre). Dans le cas d'un système à plusieurs modes propres,  $T$  correspond à la période du premier mode propre. La transformée de Fourier de la force d'excitation en *DS* s'annule quand le ratio de temps  $\tau/T$  est égal à 1,5, 2,5, 3,5,... Son amplitude est maximale quand le ratio de temps tend vers zéro. Elle présente ensuite des maximums locaux entre chaque nœud. La transformée de Fourier de la force d'excitation en *TR* est calculée avec les mêmes paramètres que ceux utilisés dans le cas d'une excitation en *DS*. Elle s'annule quand le ratio de temps  $\tau/T$  est égal à 2, 4, 6,...

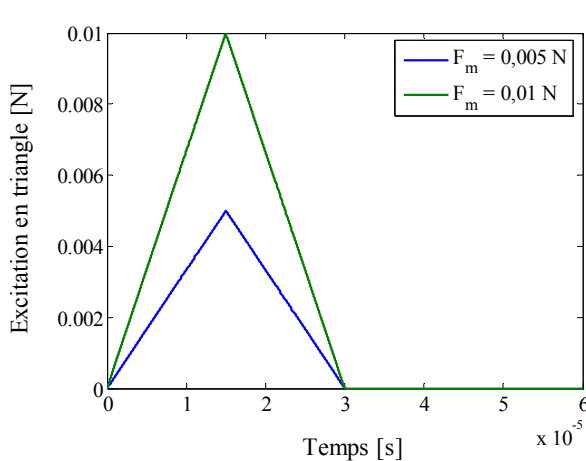


(a) Evolution temporelle de l'excitation en DS

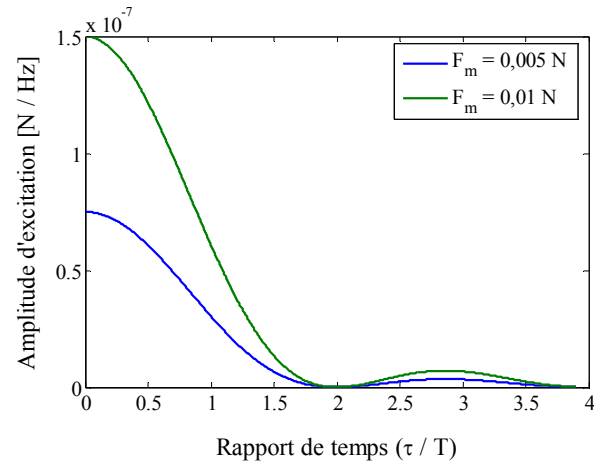


(b) Amplitude de la TF de l'excitation en DS

Fig. III.3 : Excitation en DS



(a) Evolution temporelle de l'excitation en TR

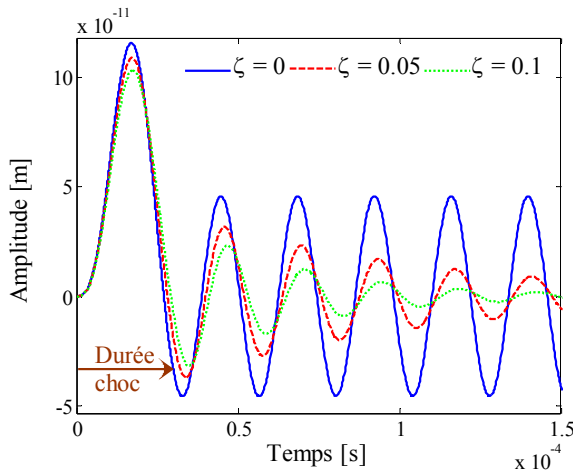


(b) Amplitude de la TF de l'excitation en TR

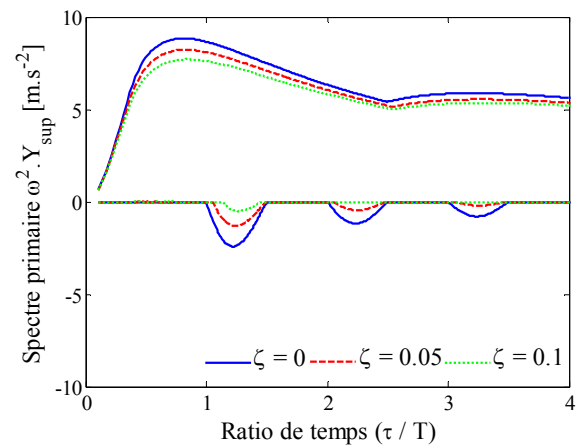
Fig. III.4 : Excitation en TR

Les spectres primaires positifs et négatifs, les spectres résiduels positifs et négatifs, les spectres d'énergie cinétique primaires et résiduels et les spectres d'énergie potentielle primaires et résiduels sont calculés pour une amplitude maximale de la force de choc égale à  $F_m = 0.05 \text{ N}$ .

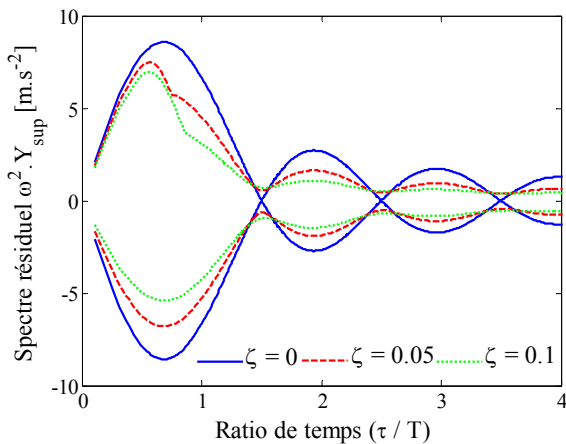
Dans ce calcul, trois valeurs de coefficients d'amortissement sont utilisées. La résolution de l'équation différentielle (Eq. III.1) est effectuée via l'environnement de calcul numérique « Matlab » en utilisant le « Symbolic Math toolbox ». Ce module permet le calcul formel des équations différentielles. Deux méthodes permettent de caractériser l'influence sur la réponse de la durée du choc par rapport à la période propre du système dynamique. La première méthode exploite la variation de la raideur de la structure tout en fixant la durée du choc. La deuxième méthode repose sur la variation de la durée du choc tout en fixant la raideur de la structure. Une illustration des résultats obtenus par la première méthode est présentée pour une excitation en *TR* et en *DS* et pour trois valeurs d'amortissement  $\zeta$  respectivement en Fig. III.5 et 6. Les paramètres utilisés correspondent aux petites structures étudiées. La durée du choc est égale à  $\tau = 3 \times 10^{-5}$  s, cette valeur étant cohérente avec la dynamique des petites structures étudiées. Dans ce cas, le ratio de temps varie dans l'intervalle  $[0 ; 1,4]$ .



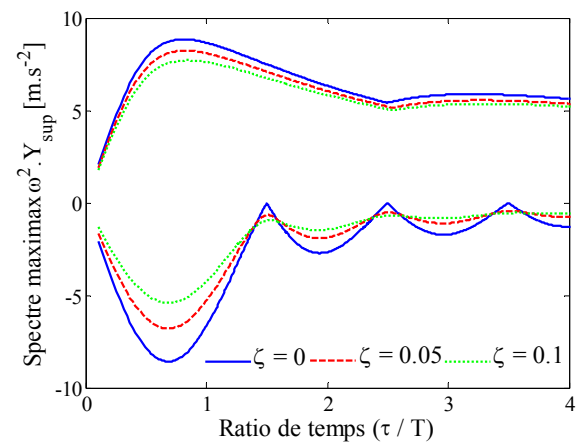
(a) : Réponse du système



(b) : Spectre en réponse primaire

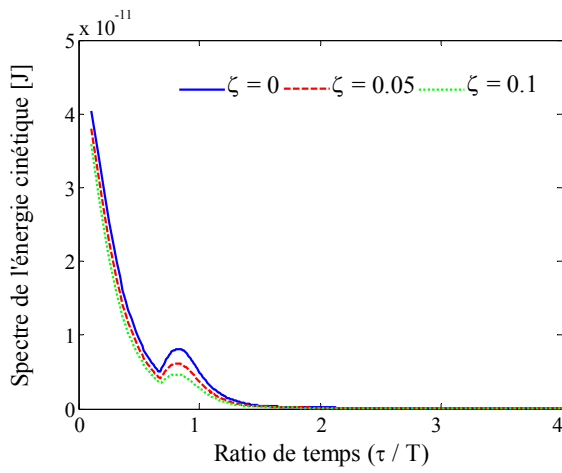


(c) : Spectre en réponse résiduel

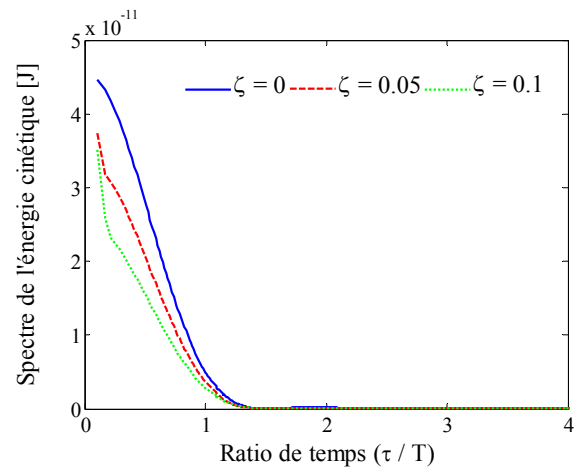


(d) : Spectre en réponse maximax

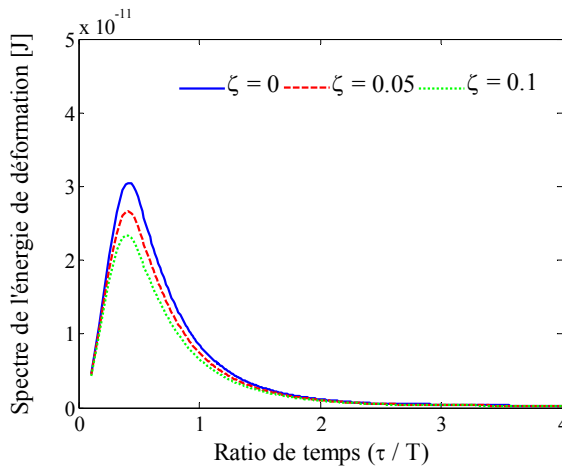




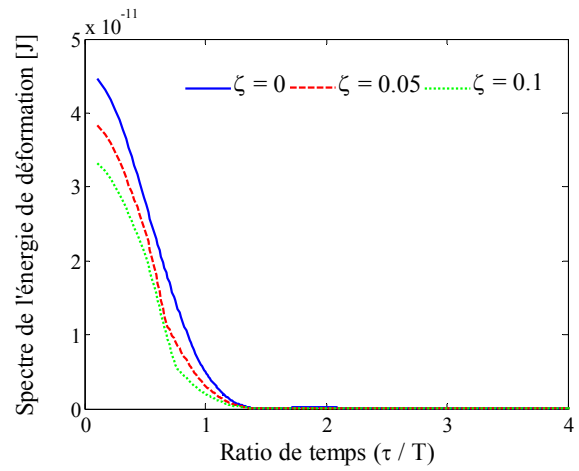
(e) : Spectre primaire de l'énergie cinétique



(f) : Spectre résiduel de l'énergie cinétique



(g) : Spectre primaire de l'énergie de déformation



(h) : Spectre résiduel de l'énergie de déformation

Fig. III.5 : Analyse de la réponse du système à excitation en DS

D'après la Fig. III.5b, le spectre primaire positif augmente progressivement jusqu'à un premier maximum à la valeur du ratio de temps d'environ 0,8. Un deuxième maximum apparaît à la valeur du ratio de temps d'environ 3,6. Le spectre primaire négatif est souvent nul sauf dans les intervalles du rapport de temps  $[0,98 ; 1,5]$ ,  $[1,9 ; 2,5]$  et  $[2,9 ; 3,5]$ . Dans ces intervalles, l'évolution de l'amplitude d'excitation passe par des minima de faibles valeurs. Les spectres résiduels positifs et négatifs sont quasi-symétriques Fig. III.5c. Lorsque l'amortissement est nul, ces spectres s'annulent pour des valeurs du ratio du temps de 1,5, 2,5, 3,5... Entre ces points, les spectres résiduels passent par des crêtes respectivement aux valeurs du ratio du temps de 0,67, 1,95, 2,9... Toutefois, le premier maximum qui apparaît est celui qui a l'amplitude la plus élevée. Au fur et à mesure que l'amortissement augmente, les amplitudes des spectres primaires et résiduels diminuent. De plus, les spectres résiduels ne s'annulent plus mais présentent plutôt des minima proches de zéro.

Les spectres des énergies cinétiques et de déformation sont également influencés par le ratio de temps. Le spectre de l'énergie cinétique primaire positif diminue progressivement en

fonction du ratio de temps jusqu'à un minimum ( $\tau/T = 0,7$ ), puis il augmente de nouveau jusqu'à un deuxième maximum correspondant à la valeur  $\tau/T = 0,84$  (Fig. III.5e). Cette forme se répète à la valeur  $\tau/T = 1,9$ , mais n'est pas visible dans l'illustration présentée car les amplitudes en énergie deviennent relativement faibles.

Le spectre d'énergie cinétique résiduel positif diminue progressivement pour s'annuler à la valeur  $\tau/T = 1,5$  (Fig. III.5f). La valeur maximale de l'énergie est obtenue quand le rapport de temps tend vers zéro. À partir de la valeur du ratio de temps  $\tau/T = 1,5$ , les valeurs de l'énergie cinétique sont négligeables. Elles présentent néanmoins des maximums périodiques en fonction du ratio du temps (Fig. III.6a).

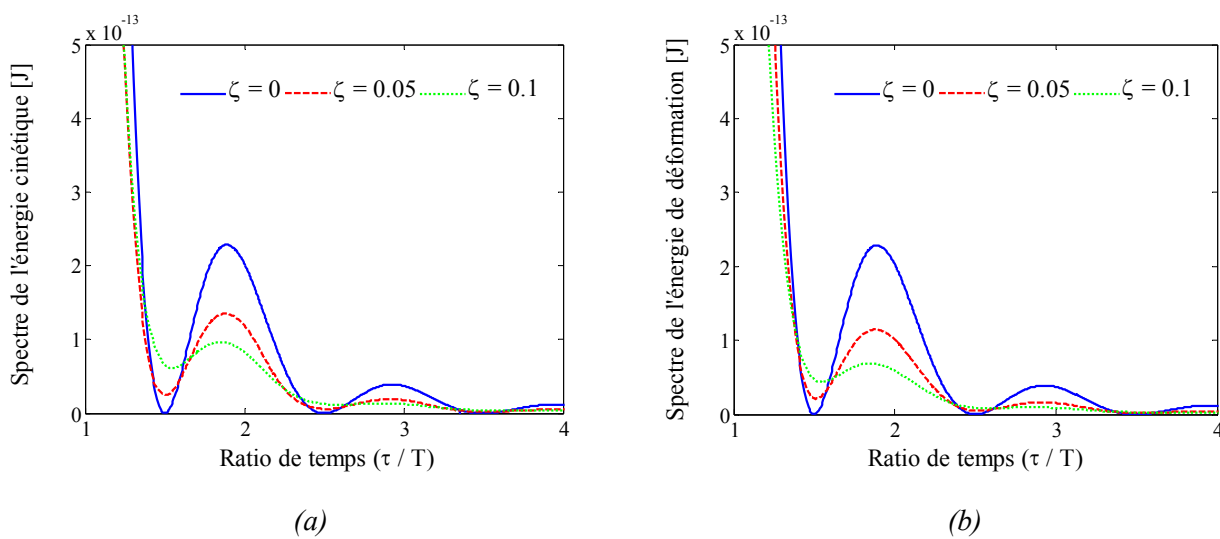
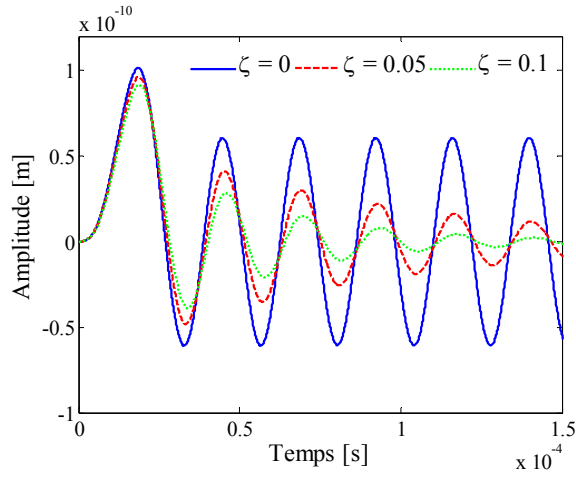


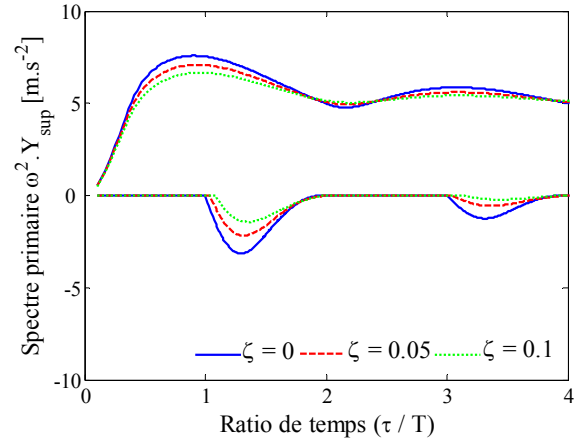
Fig. III.6 : Agrandissement des spectres résiduels de l'énergie cinétique et de déformation

L'introduction de l'amortissement dans le modèle influence les amplitudes des énergies cinétiques : les maximums diminuent et les amplitudes nulles deviennent légèrement différentes de zéro. On remarque également la présence d'une chute brusque des amplitudes de l'énergie cinétique à des valeurs du ratio de temps proches de zéro lorsque l'amortissement augmente (Fig. III.5f). Le spectre de l'énergie de déformation primaire positif augmente en fonction du ratio de temps jusqu'à un maximum, ensuite diminue progressivement (Fig. III.5g). À partir d'une valeur du ratio de temps égale à 3, les valeurs de l'énergie de déformation primaire deviennent très faibles. Le spectre de l'énergie de déformation résiduel positif présente un comportement très semblable au spectre de l'énergie cinétique résiduel.

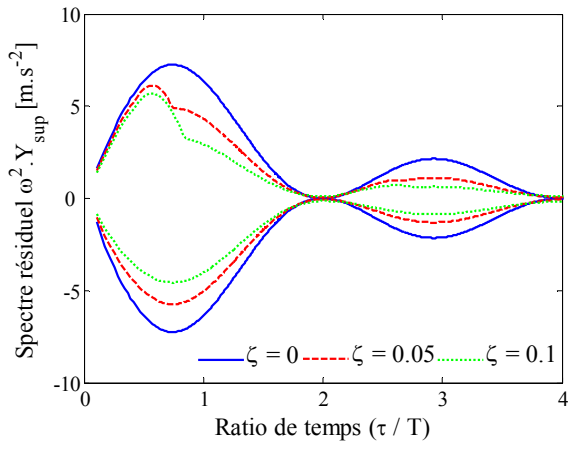
Le calcul est effectué de nouveau avec les mêmes paramètres et conditions mais avec une excitation de choc en *TR*. Le spectre primaire positif augmente progressivement jusqu'à un premier maximum à la valeur du ratio de temps de 0,96 (Fig. III.7b). Il diminue ensuite progressivement jusqu'à un minimum à la valeur du ratio de temps égal à 2,2. Un deuxième maximum apparaît à la valeur du ratio de temps de 3,1.



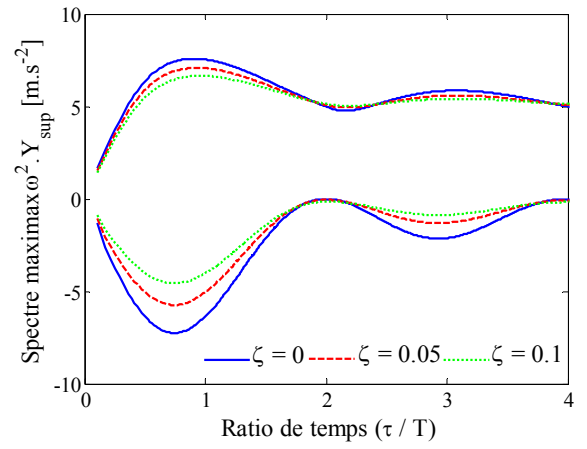
(a) : Réponse du système



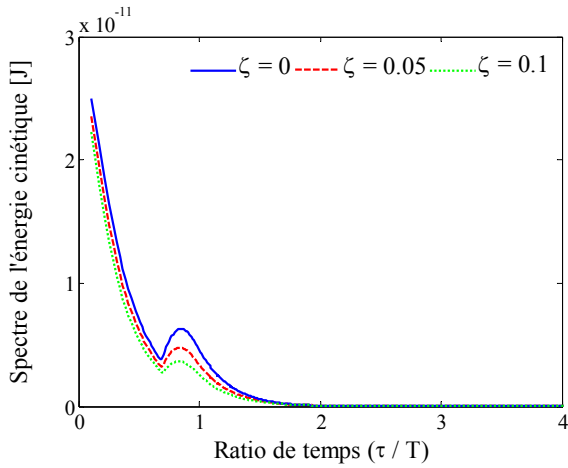
(b) : Spectre en réponse primaire



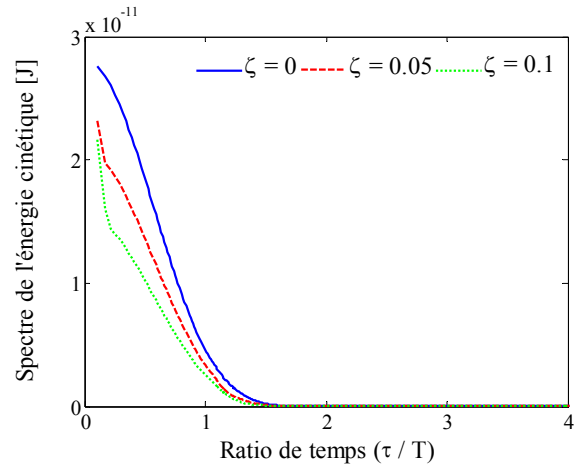
(c) : Spectre en réponse résiduel



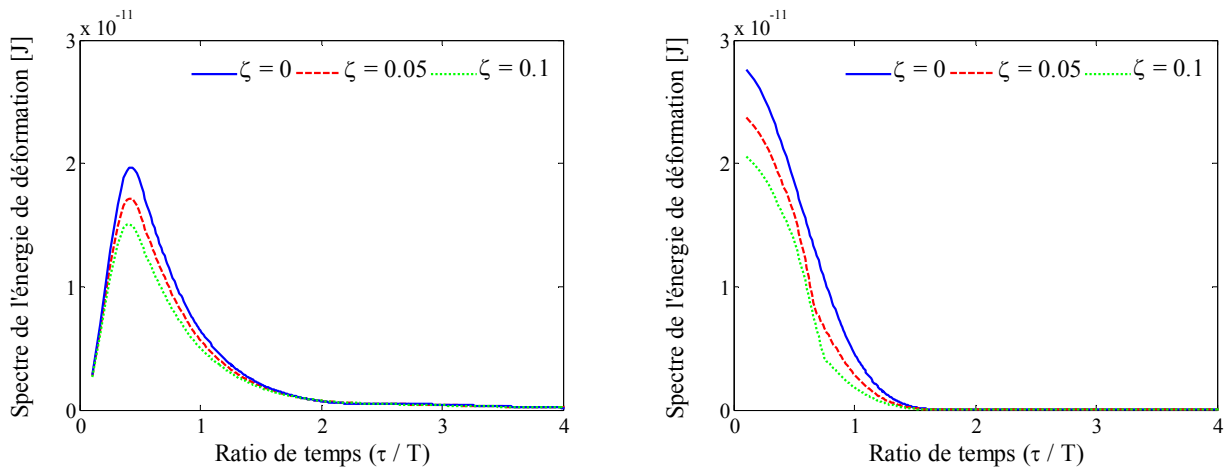
(d) : Spectre en réponse maximax



(e) : Spectre primaire de l'énergie cinétique



(f) : Spectre résiduel de l'énergie cinétique



(g) : Spectre primaire de l'énergie de déformation (h) : Spectre résiduel de l'énergie de déformation

Fig. III.7 : Analyse de la réponse du système à excitation en TR

Les spectres en réponse résiduels positifs et négatifs sont également quasi-symétriques et passent par des crêtes et des nœuds dont les amplitudes et les abscisses sont différentes de ceux identifiés avec une excitation en *DS* (Fig. III.7c). Les spectres d'énergies cinétique et de déformation sont également influencés par le ratio de temps de la même manière que dans le cas d'une excitation en *DS* (Fig. III.5e – f – g – h). Les différences notables résident dans les ordres de grandeurs des spectres en réponses et en énergie qui sont moins élevés et dans les valeurs des abscisses des noeuds.

Les résultats numériques des spectres obtenus avec deux excitations différentes en *DS* et en *TR* montrent qu'il est judicieux d'optimiser le rapport de temps entre la durée du choc et la période de la structure dans une application de récupération d'énergie. Toutefois, on remarque que le comportement change quand le type d'excitation change. Afin de choisir le modèle d'excitation adéquat pour reproduire au mieux l'excitation en choc sur les microconvertisseurs, une validation expérimentale semble nécessaire.

## 4. Etude expérimentale des chocs

### 4.1. Présentation de l'expérience

La validation de ce modèle est très difficile à mettre en oeuvre dans le cas des microsystèmes, étant donné que le contrôle de la raideur et de la durée du choc sont difficiles à réaliser. Pour cette raison, l'expérience portera sur des macrostructures en acier de type poutre dont la longueur conditionne directement la période propre (Fig. III.8). La durée de choc est choisie de telle sorte que le ratio de temps puisse varier entre 0,2 et 3,5. Le choc est obtenu en provoquant la chute libre d'une masse sans vitesse initiale d'une hauteur fixée.

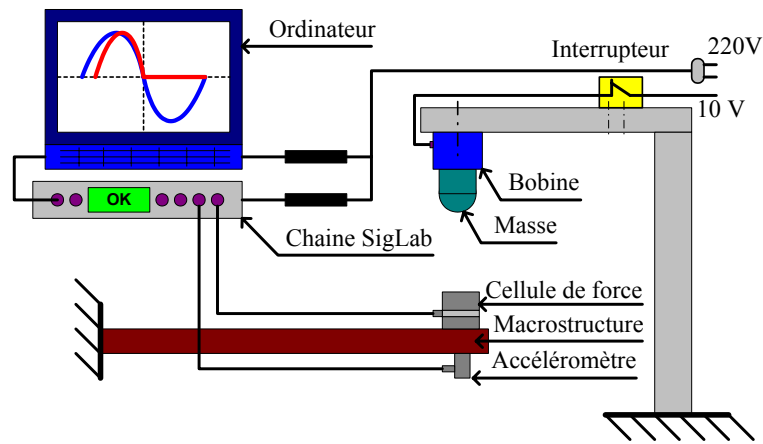


Fig. III.8: Schéma simplifiée de l'expérience

Le choix de la masse utilisée pour appliquer le choc est crucial afin de respecter la plage de variation du ratio de temps. Elle est également choisie en fonction de la macrostructure dont la longueur varie entre 0,1 et 0,64 m. La masse est constituée d'une première partie en acier permettant son lâcher par l'intermédiaire d'une bobine à une hauteur de 0,46 m. La partie demi-sphérique de la masse est en élastomère et permet d'effectuer un choc relativement long. La bobine permet la réalisation d'une chute libre avec une vitesse de départ nulle et avec une durée de choc quasiment constante. La macrostructure vibrante est encastree dans un support très massif par l'intermédiaire de boulons. L'extrémité libre de la macrostructure est équipée d'une cellule de force à quartz et d'un accéléromètre. L'acquisition des signaux est ensuite effectuée via la chaîne SigLab. Une cinquantaine de mesures est ensuite effectuée en faisant varier la longueur de la macrostructure.

#### 4.2. Identification des paramètres équivalents

Un exemple de signal de réponse mesurée en accélération est présenté en Fig. III.9.

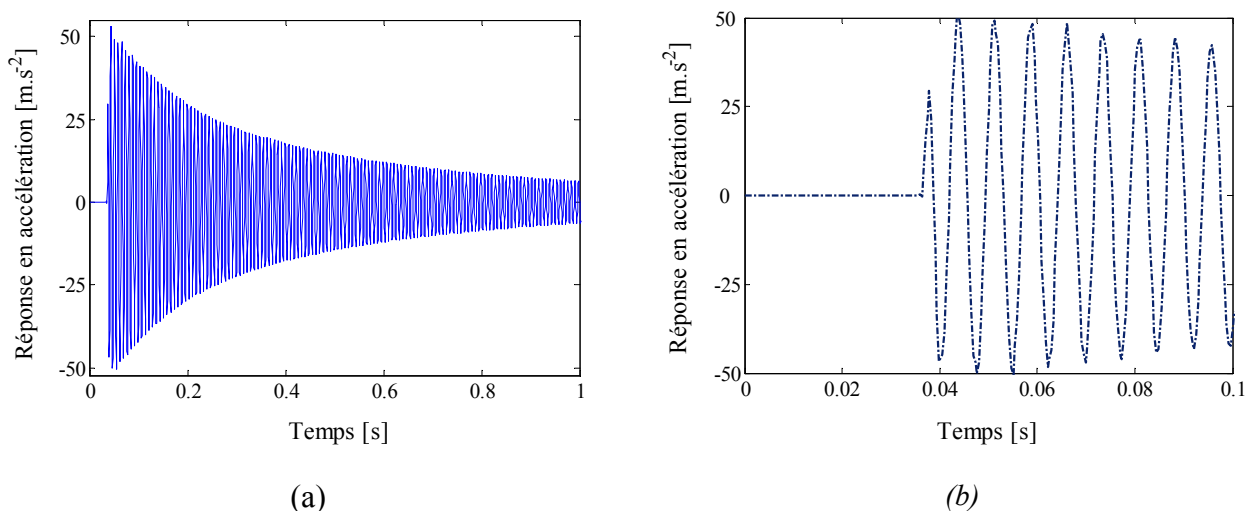
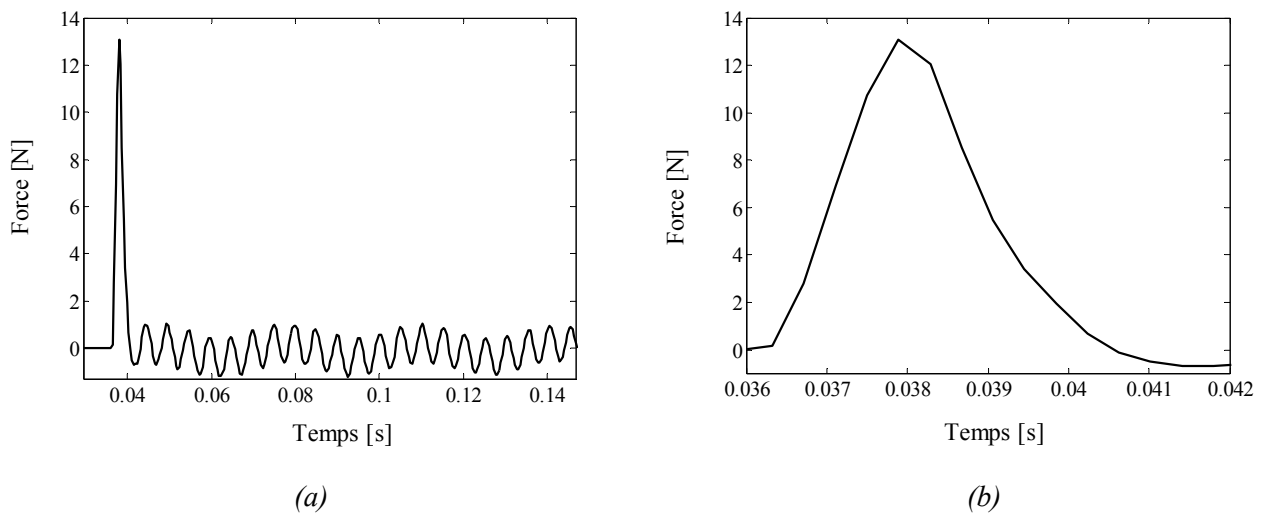


Fig. III.9 : Exemple de réponse en accélération et son agrandissement

Cet exemple montre la présence d'une première zone dans laquelle l'accélération est nulle. Cela est dû au fait que l'on déclenche le logiciel d'acquisition SigLab avant d'ouvrir l'interrupteur qui assure l'arrêt de l'alimentation de la bobine. Ce temps correspond donc approximativement à la durée de la chute de la masse. Néanmoins, ces valeurs nulles n'influencent pas l'étape de traitement du signal par la méthode de la *TO* d'un système faiblement non linéaire (**Annexe 3**). Cette première zone est suivie par une deuxième zone courte et transitoire correspondant à la durée du choc. Le signal est alors asymptotique. On remarque aussi que les accélérations peuvent atteindre des valeurs relativement élevées allant jusqu'à  $50 \text{ m.s}^{-2}$ . Un exemple de l'évolution de la force de choc en fonction du temps est également présenté en *Fig. III.10*. Sur cette figure, la force atteint un maximum de  $13,1 \text{ N}$ . Des petites oscillations apparaissent juste après le choc de la macrostructure, due probablement à l'architecture de la cellule de force. D'autre part, on a vérifié que l'amplitude maximale de la force variait très peu en fonction de la longueur de la macrostructure.



*Fig. III.10 : Exemple de force de choc et son agrandissement*

Les paramètres équivalents, fonctions des différentes longueurs de la macrostructure, sont présentés en *Fig. III.11* pour les trois modes de vibration susceptibles d'apparaître en fonction de la longueur de la macrostructure. Dans ces figures, le deuxième mode de vibration apparaît à partir de la valeur de la longueur de la macrostructure égale à  $0,34 \text{ m}$  et le troisième mode apparaît à partir de la longueur de la macrostructure de  $0,59 \text{ m}$ .

Les valeurs de l'amortissement modal varient également en fonction de la longueur de la macrostructure. L'amortissement modal correspondant au premier mode diminue légèrement jusqu'à un minimum correspondant à la valeur de la longueur de la macrostructure de  $0,16 \text{ m}$ . Il augmente ensuite jusqu'à un maximum correspondant à la valeur de la longueur de la macrostructure de l'ordre de  $0,6 \text{ m}$ . Au fur et à mesure que l'amortissement du premier mode augmente, on remarque que l'amortissement du deuxième mode diminue jusqu'à un minimum. Cependant aucune explication dans la littérature n'est trouvée pour ce phénomène probablement

lié au serrage et à la rigidité. Néanmoins, nous nous intéresserons principalement au fait que les valeurs des amortissements modaux ne dépassent pas la valeur de 0,5 %. Cela est dû au bon serrage appliqué. Cette valeur est très inférieure à la valeur de 5 % mentionnée par *Lalanne* [LAL 99] et permet de déduire en première approximation les spectres en réponse résiduels directement à partir des signaux enregistrés en accélération absolue de la masse mobile. Afin d'identifier les spectres en réponse et en énergie relatifs à chaque mode, une étape de décomposition du signal enregistré par l'accéléromètre lorsqu'il contient plus d'un mode est inévitable.

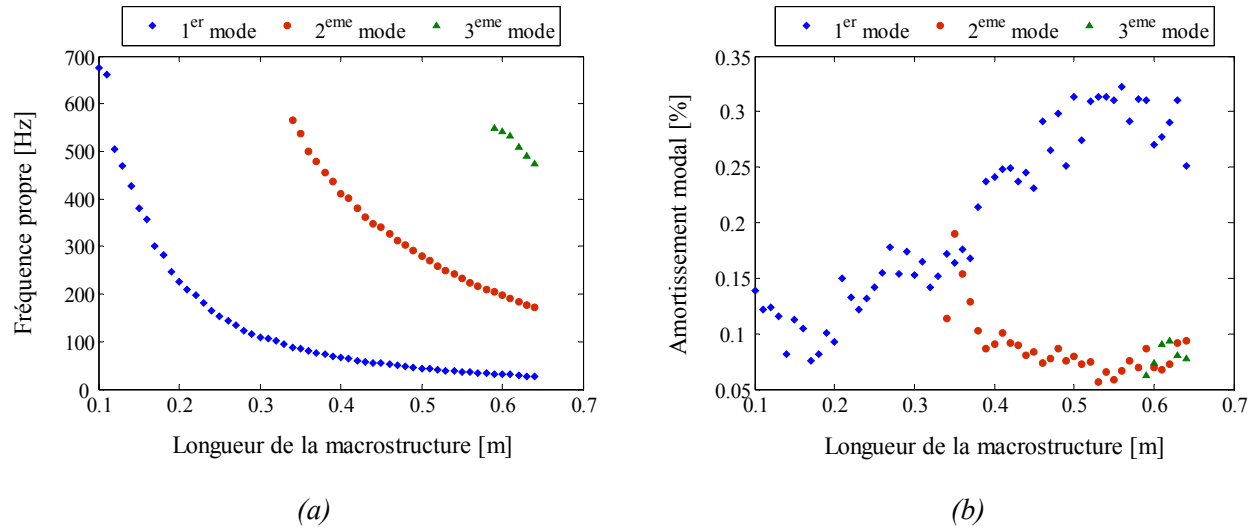


Fig. III.11 : Evolution des fréquences propres et des amortissements modaux en fonction de la longueur de la macrostructure

#### 4.3. Décomposition du signal

La notion d'arête permet de mettre en évidence une propriété importante de la *TO* dans la limite asymptotique [HEL 05, TA 05, NOU 07 et SLA 03]. Le signal correspondant à chaque mode de vibration est reconstitué directement en utilisant la définition de la *TO*. Le signal reconstitué est dégradé à son début. Cette dégradation est surtout liée aux effets de bord [SLA 03]. Afin de résoudre ce problème, un filtre spécifique est mis en œuvre de manière à écarter le problème de distorsion de la phase du signal décomposé en procédant à un traitement du signal dans les deux directions [MIT 01]. Cette méthode a pour avantage de doubler l'ordre du filtre. Des zéros sont également ajoutés au début du signal pour éviter la distorsion d'amplitude. Un exemple de comparaison de ces techniques de décomposition d'un signal analytique  $g(t)$  (Eq. III.2) constitué de deux composantes de fréquence constantes est présenté. Le temps d'enregistrement est de 0,2 s, la fréquence d'échantillonnage est de 2048 Hz, les amortissements des modes 1 et 2 sont respectivement :  $\xi_1=0,02$  et  $\xi_2=0,014$  et les fréquences d'excitation des modes 1 et 2 sont respectivement :  $\omega_1=100\pi$  (rad/s),  $\omega_2=500\pi$  (rad/s) et  $\omega_{di}=\omega_i\sqrt{1-\xi_i^2}$  (mode  $i=1$  ou 2) (Fig. III.12).

$$g(t) = X_1(t) + X_2(t) = 1,5e^{(-\xi_1\omega_{d1}t)} \cos\left(\omega_{d1}t - \frac{\pi}{3}\right) + 2e^{(-\xi_2\omega_{d2}t)} \cos\left(\omega_{d2}t - \frac{\pi}{4}\right) \quad (Eq. III.2)$$

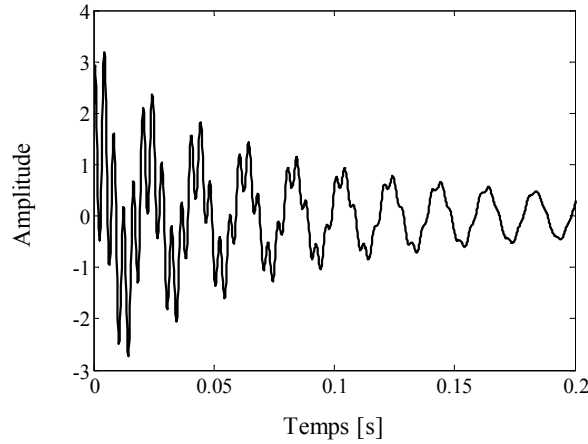
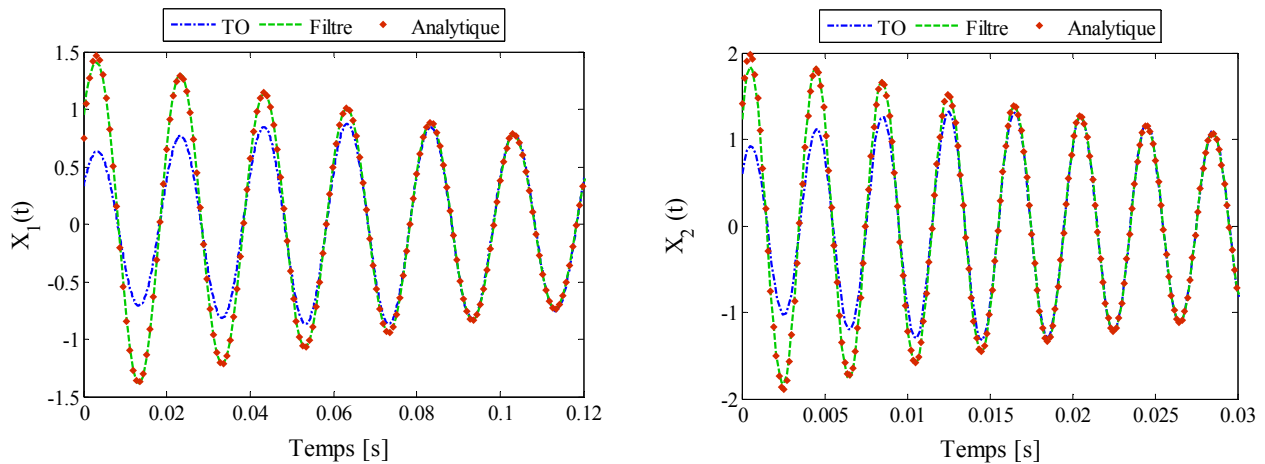


Fig. III.12 : Evolution du signal analytique

La reconstitution du signal temporel correspondant à chaque mode de vibration en utilisant la technique de filtrage reproduit avec succès les deux modes. En revanche, la décomposition du signal en utilisant la méthode de la *TO* reproduit bien les modes excepté le début du signal d'où le choix des filtres pour cette étape de décomposition.



(a) :  $X_1(t)$  : 1<sup>er</sup> mode de vibration

(b)  $X_2(t)$  : 2<sup>eme</sup> mode de vibration

Fig. III.13 : Comparaison entre le signal analytique et décomposé (méthode de la *TO* et le filtre)

#### 4.4. Résultats expérimentaux et numériques

##### 4.4.1. Travail de la force de choc

Le travail de la force de choc correspond à l'énergie mécanique vibratoire introduite dans la structure vibrante. Dans ce paragraphe, le travail de la force correspondant à chaque mode de vibration de la structure est calculé à partir de l' Eq. III.3.



$$W_T = \int_0^{\tau} F(t) \dot{Y}(t) dt \quad (\text{Eq. III.3})$$

où  $F(t)$  représente la force de choc expérimentale introduite dans la structure vibrante et  $\dot{Y}(t)$  représente la vitesse de vibration de la structure obtenue en intégrant le signal en accélération entre la valeur de temps égale à zéro et le temps correspondant à la fin du choc. L'évolution du travail de la force est obtenue pour les trois modes de vibration potentiellement excités en fonction de la longueur de la poutre (Fig. III.14). Le travail de la force augmente progressivement en fonction de la longueur de la macrostructure jusqu'à un maximum de l'ordre de  $3,7 \times 10^{-3} J$  correspondant à la longueur de la macrostructure de  $0,34 m$ . A partir de cette valeur de la longueur, le travail de la force diminue légèrement jusqu'à une valeur proche de  $3,5 \times 10^{-3} J$  et l'énergie correspondant au deuxième mode de vibration commence à apparaître. Le travail de la force appliqué à ce deuxième mode augmente progressivement avec des valeurs faibles ( $< 0,5 \times 10^{-3} J$ ) par rapport au travail appliqué au premier mode. D'autre part, le travail de la force sur le troisième mode est inférieur à celui des deux premiers modes ( $< 1 \times 10^{-4} J$ ).

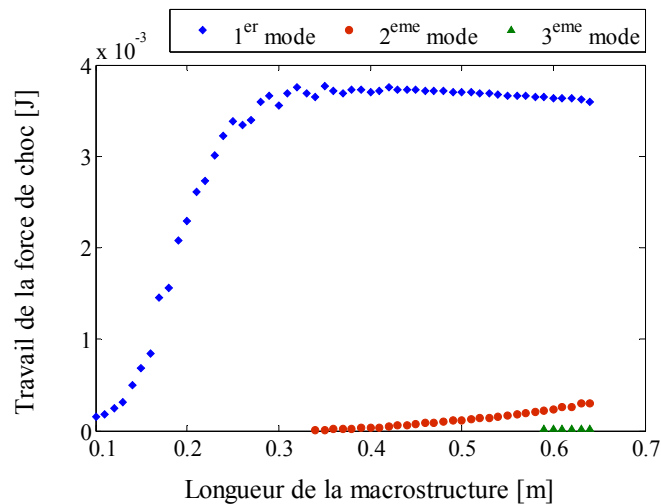


Fig. III.14 : Evolution du travail de la force en fonction de la longueur de la poutre

#### 4.4.2. Spectre de réponse au choc

Le spectre résiduel est obtenu directement à partir du signal d'accélération mesuré par l'accéléromètre, puisque les coefficients d'amortissement sont tous inférieurs à la valeur de 5 % et qu'après la fin du choc le signal devient asymptotique. Le spectre primaire est obtenu en intégrant numériquement le signal en accélération pendant le choc. Les valeurs obtenues sont multipliées par les carrés de la pulsation. Lors du calcul, la valeur de la masse est égale à la somme des masses de la cellule de la force, de l'accéléromètre, de la vis de serrage et d'une partie de la macrostructure utilisée notamment pour assurer le montage des outils de mesures.

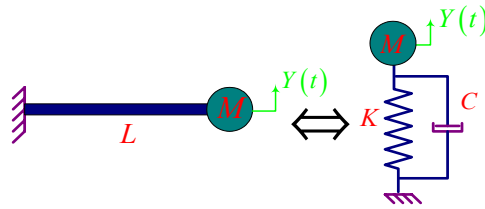


Fig. III.15 : Schéma simplifié du modèle

Les valeurs de la raideur du ressort  $K$  sont obtenues à partir des propriétés mécaniques ( $E$  : module de Young) du matériau utilisé et de la géométrie ( $I$  : moment quadratique et  $L$  : longueur). Dans le cas d'une structure en flexion, la raideur est donnée par  $K = 3EI/L^3$ . Dans la suite, les figures présentées illustrent, uniquement pour le premier mode de vibration de la macrostructure, les résultats expérimentaux qui correspondent à l'ensemble des expériences et les résultats numériques obtenus en utilisant des excitations en *DS* et en *TR*. L'amortissement modal identifié expérimentalement est inférieur à 0,35 %. Lors du calcul, on a utilisé plutôt une valeur de l'amortissement de 0,5 % (Fig. III.16).

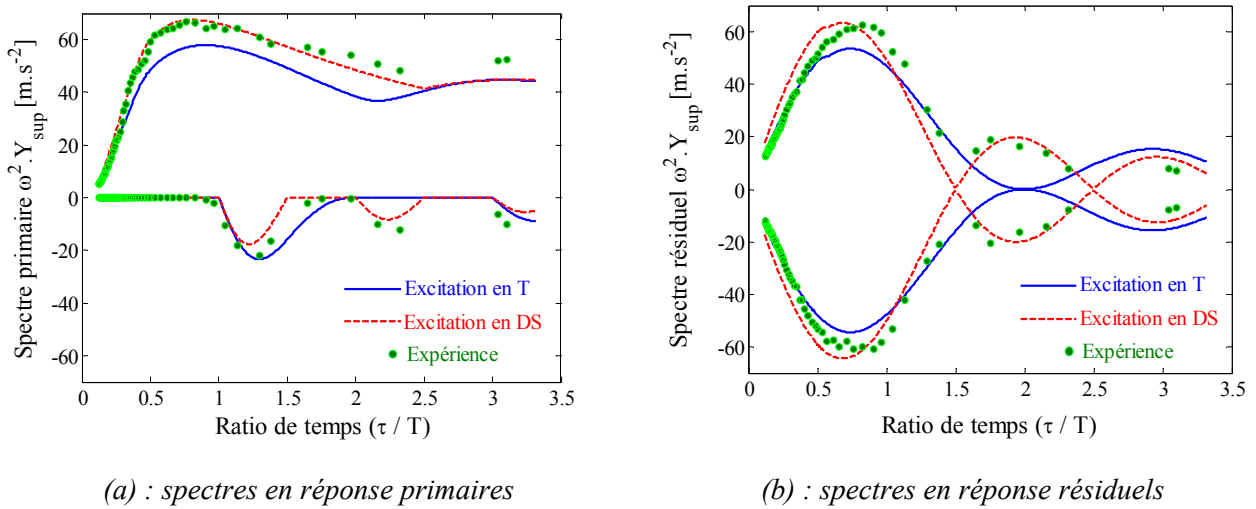


Fig. III.16 : Evolution des spectres primaires et résiduels en fonction du ratio de temps (1<sup>er</sup> mode)

La confrontation entre l'expérience et les modèles montre que l'excitation avec une force en *DS* reproduit mieux l'expérience que l'excitation en *TR*. Cela est probablement dû à la caractéristique du choc qui est relativement mou, ce qui correspond mieux à la forme de l'excitation en *DS*.

#### 4.4.3. Calcul de l'énergie cinétique et de l'énergie de déformation

Comme mentionnée précédemment, l'accélération est enregistrée en un seul point de mesure ajusté à la distance de 0,012 m de l'extrémité libre de la poutre. Pour calculer l'énergie cinétique et l'énergie de déformation expérimentales, on a besoin de connaître la déformée de toute la partie libre de la macrostructure. En conséquent, une expression analytique de la déformée dynamique est proposée. Cette expression est constituée de deux parties différentes

dont la première est fonction de l'abscisse  $x$  et la seconde dépend du temps  $t$  :  $\Phi(x,t) = f(x).g(t)$  et  $\dot{\Phi}(x,t) = f(x).\dot{g}(t)$ . Les fonctions  $g(t)$  et  $\dot{g}(t)$  sont obtenues à partir de l'accélération enregistrée via la chaîne SigLab. L'expression de la déformée  $f(x)$  utilisée lors de ce calcul est celle d'une poutre d'Euler-Bernoulli donnée par l'Eq. III.4. Dans ces équations (Eq. III.4 et 5), les symboles représentent :  $E$  : module de Young,  $I$  : moment quadratique,  $S$  : section de la poutre,  $\rho$  : masse volumique,  $n$  : ordre du mode,  $L$  : longueur de la macrostructure et  $A$  : constante permettant la normalisation de l'expression de la déformée.

$$f_n(x) = A \left[ \cosh\left(\lambda_n \frac{x}{L}\right) - \cos\left(\lambda_n \frac{x}{L}\right) \right] - \dots \quad (Eq. III.4)$$

$$\dots A \left[ \frac{\cosh(\alpha L) + \cos(\alpha L)}{\sinh(\alpha L) + \sin(\alpha L)} \left( \sinh\left(\lambda_n \frac{x}{L}\right) - \sin\left(\lambda_n \frac{x}{L}\right) \right) \right]$$

$$\alpha = \left( \frac{\rho S \omega^2}{EI} \right)^{\frac{1}{4}} \text{ et } \lambda_n = (2n-1) \frac{\pi}{2} \quad (Eq. III.5)$$

Dans cette étude, l'expression de la déformée est normalisée à 1 au point de mesure (Fig. III.17).

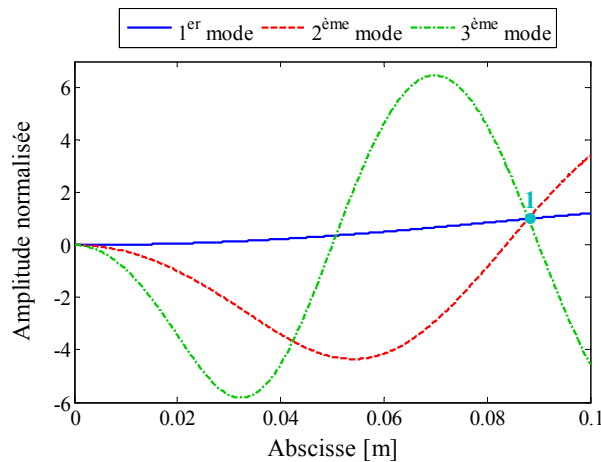


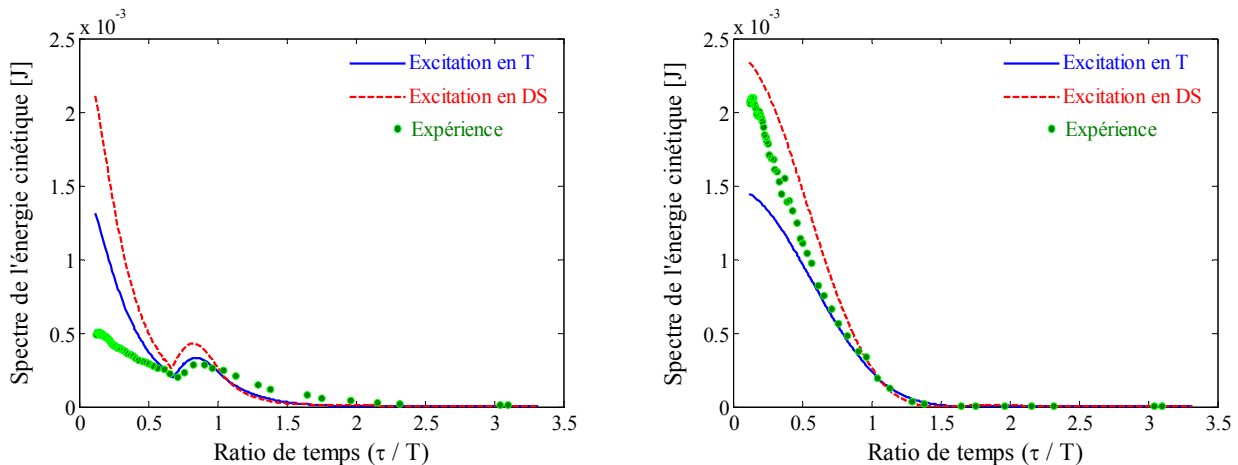
Fig. III.17 : Représentation des trois premières déformées modales normalisées

L'énergie cinétique est alors donnée par l'Eq. III.6 qui contient deux termes dont le premier est un terme de translation et le second un terme de rotation. L'énergie de déformation est donnée par l'Eq. III.7.

$$T(t) = \frac{1}{2} m \dot{g}(t)^2 \int_0^L f(x)^2 dx + \frac{1}{2} m r^2 \dot{g}(t)^2 \int_0^L [f'(x)]^2 dx \quad (Eq. III.6)$$

$$W_d(t) = \frac{1}{2} EI g(t)^2 \int_0^L [f''(x)]^2 dx \quad (Eq. III.7)$$

Les symboles utilisés représentent :  $m = \rho S$  : la masse linéique et  $r$  : le rayon de giration. Les énergies cinétiques maximales et les énergies de déformation maximales sont calculées pendant et après le choc. Les spectres primaires et résiduels de l'énergie cinétique correspondants au premier mode sont illustrés en Fig. III.18. Les valeurs des énergies cinétiques primaires sont maximales quand le ratio de temps est faible puis elles décroissent jusqu'à un minimum ensuite elles passent de nouveau par un maximum. Les valeurs de l'énergie cinétique résiduelle sont maximales à faibles valeurs du ratio de temps, ensuite décroissent au fur et à mesure que le ratio de temps augmente. A partir de la valeur du ratio de 1,5, l'énergie cinétique devient négligeable. Ceci signifie que l'application de récupération de l'énergie vibratoire est plus intéressante lorsque le ratio de temps est compris dans l'intervalle  $[(\rightarrow 0) ; 1,5]$ . Cela est en relation étroite avec la raideur de la macrostructure, qui dépend de la géométrie. Quand la longueur diminue, la raideur, la fréquence propre ainsi que le ratio de temps augmentent et inversement. En conséquent, au fur et à mesure que la raideur diminue, la macrostructure favorise des amplitudes de vibration maximales avec des vitesses de vibration élevées. D'autre part, quand la raideur croît, le ratio de temps suit la même tendance. Cela signifie que la macrostructure devient assez rigide pour résister à l'effet de la force de choc.



(a) : spectre des énergies cinétiques primaires

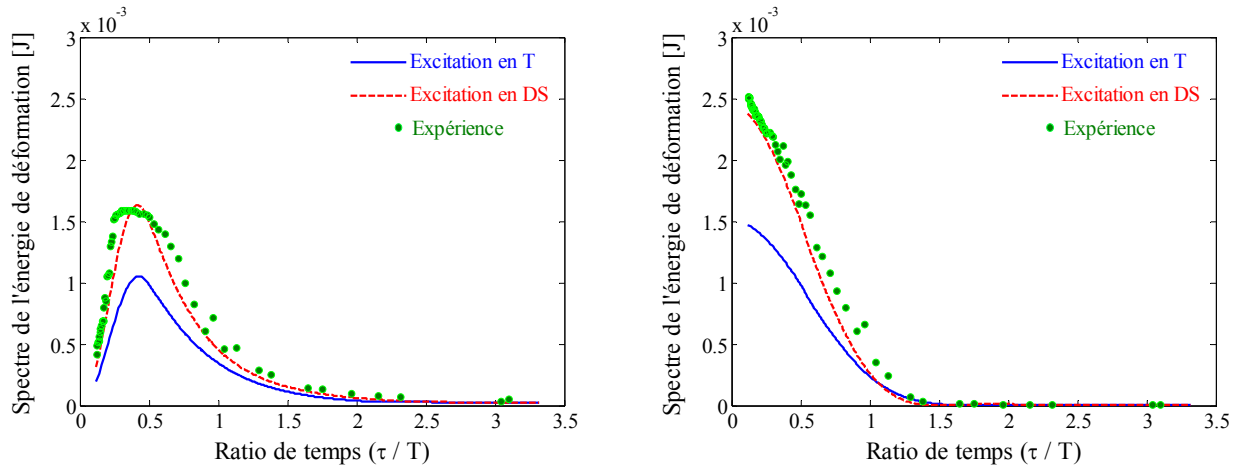
(b) : spectre des énergies cinétiques résiduelles

Fig. III.18 : Evolution des spectres des énergies cinétiques primaires et résiduelles (1<sup>ère</sup> mode) en fonction du ratio de temps

Les spectres de l'énergie de déformation primaire, (Fig. III.19a), montrent la présence d'un maximum unique correspondant à une valeur du ratio de temps de l'ordre de 0,45.

Le spectre de l'énergie de déformation résiduelle expérimental, (Fig. III.19b), suit la même allure que celui de l'énergie cinétique résiduelle. A faibles valeurs du ratio de temps, la longueur de la macrostructure est élevée ce qui favorise la déformation de cette dernière atteignant ainsi la

valeur de  $2,5 \times 10^{-3} J$ . Les spectres de l'énergie de déformation et cinétique primaires sont inférieurs aux spectres des énergies de déformation et cinétique résiduelles. On remarque également que les évolutions des spectres de l'énergie de déformation primaire et résiduel sont plus proches des spectres de l'énergie de déformation calculés avec une excitation en *DS*. Cela confirme les observations effectuées précédemment.



(a) : spectre des énergies de déformations primaires (b) : spectre des énergies de déformations résiduelles

Fig. III.19 : Evolution des spectres des énergies de déformations primaires et résiduelles (1<sup>ère</sup> mode) en fonction du ratio de temps

#### 4.5. Conclusion intermédiaire

Dans cette partie, nous avons étudié expérimentalement et numériquement l'influence du ratio de temps sur la réponse de la structure et sur la répartition de l'énergie cinétique et l'énergie de déformation. La méthode de la *TO* est utilisée pour identifier les paramètres modaux et un filtrage spécifique est utilisé pour une meilleure décomposition du signal d'accélération. Les spectres primaires et résiduels ont été obtenus, puis les différentes énergies dans la macrostructure ont été calculées. La confrontation entre le modèle utilisant une excitation en *DS*, en *TR* et l'expérience montre que l'excitation en *DS* reproduit généralement mieux les résultats expérimentaux. En effet, le modèle basé sur une excitation en *DS* montre un bon accord avec l'expérience, excepté le début de l'énergie cinétique primaire. Cet accord est étendu aux énergies cinétiques et de déformations résiduelles. Au vu de cette remarque, on présente dans la suite uniquement les résultats numériques obtenus avec une excitation en *DS*.

**Remarque** : Dans la première partie de ce chapitre, les spectres en réponse et les spectres en énergie cinétique et de déformation sont obtenus en faisant varier la raideur de la structure et en fixant la durée du choc. Une deuxième méthode fondée sur la variation de la durée de choc tout en fixant la raideur de la structure permet d'obtenir exactement les mêmes spectres en réponse. Les évolutions des spectres en énergie cinétique et de déformation correspondant à la deuxième

méthode sont différentes des spectres obtenus en variant la raideur, et restent inférieurs à ceux obtenus en variant la raideur tout en fixant la durée de choc.

D'autre part, le passage des spectres d'énergie obtenus avec la première méthode aux spectres d'énergie obtenus avec la deuxième méthode se fait en multipliant le spectre d'énergie (cinétique ou de déformation et primaire ou résiduelle) par le carré de la raideur utilisée dans la première méthode et en divisant ce produit par le carré de la valeur de la raideur utilisée dans la deuxième méthode. L'opération inverse est également possible.

## 5. Influence de la succession de deux chocs

Cette étude est réalisée sur la même microstructure que celle utilisée dans le paragraphe 3.2. de ce chapitre. En faisant varier la raideur de la microstructure et en utilisant les mêmes paramètres. La force externe est remplacée par deux chocs en *DS*. Les deux chocs sont appliqués séparément dans l'ordre suivant : un premier choc d'une durée  $\tau$ , une force nulle de durée  $\tau_1$ , un deuxième choc d'une durée  $\tau$  et une force nulle de durée  $\tau_2$  (Fig. III.20).

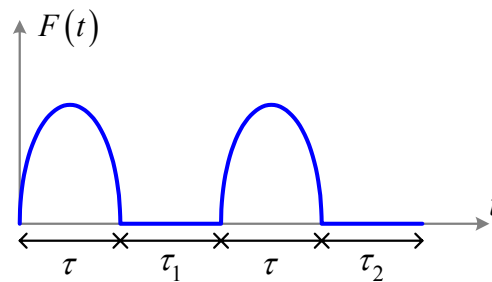
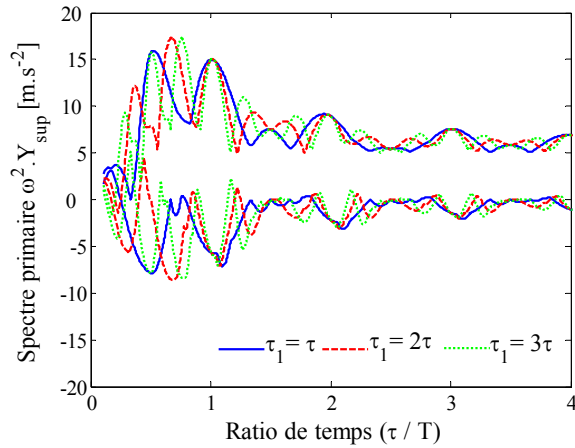


Fig. III.20 : forme des deux chocs appliqués à la microstructure

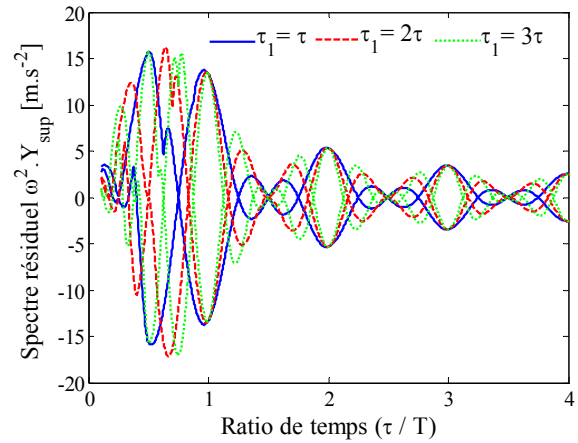
La forme, l'amplitude et la durée des deux chocs choisis pour cette illustration sont identiques. L'amortissement choisi pour ce calcul est égal à zéro ( $\xi = 0$ ). La durée de la force nulle  $\tau_1$  qui sépare le premier et le deuxième choc, prend les valeurs  $\tau$ ,  $2\tau$  et  $3\tau$ . Les spectres primaires et résiduels en réponses et en énergies obtenus juste après le premier choc sont vérifiés et ils sont identiques à ceux présentés dans le paragraphe 3.2. de ce chapitre (page 113). Les spectres en réponse et en énergie obtenus après le deuxième choc sont présentés en Fig. III.21. D'après ces figures, on remarque que les spectres en réponses primaires (positifs et négatifs) et résiduel (positifs et négatifs) présentent plusieurs oscillations (symétriques et non-symétriques) dont le nombre augmente quand la durée de temps pour laquelle la force d'excitation nulle entre le premier et le deuxième choc augmente. On remarque que tous les spectres primaires positifs et négatifs se regroupent à des valeurs du ratio de temps  $\tau/T$  respectivement de 1, 1,5, 2, 2,5... (Fig. III.21a). Les spectres résiduels positifs et négatifs se regroupent aux mêmes abscisses du ratio de temps (Fig. III.21b). Ces observations sont plus visibles dans l'illustration correspondant à l'évolution des spectres maximax en fonction du ratio de temps (Fig. III.21c). Cette illustration

montre aussi que les spectres les plus élevés correspondent à des valeurs du ratio de temps inférieures à 1.

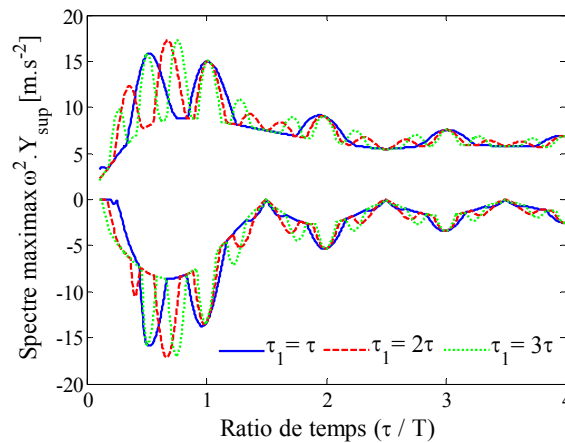
Les spectres en énergie sont maximaux pour certaines valeurs du ratio de temps comme ils sont minimaux pour d'autres. Les valeurs de l'énergie cinétique et de déformation primaire et résiduelle (Fig. III.21d – e – f et g) sont négligeables à partir de la valeur du ratio de temps de 1,5.



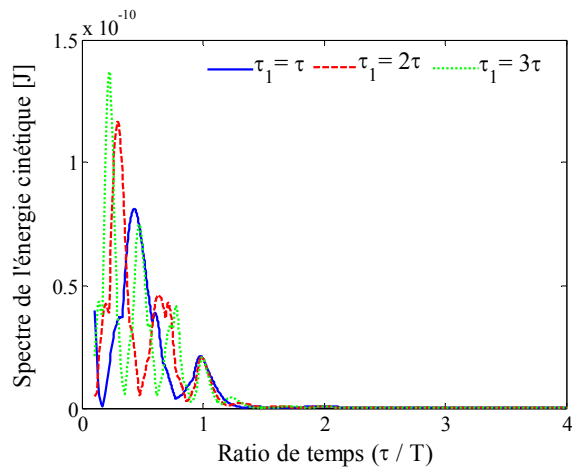
(a) : spectre en réponse primaire



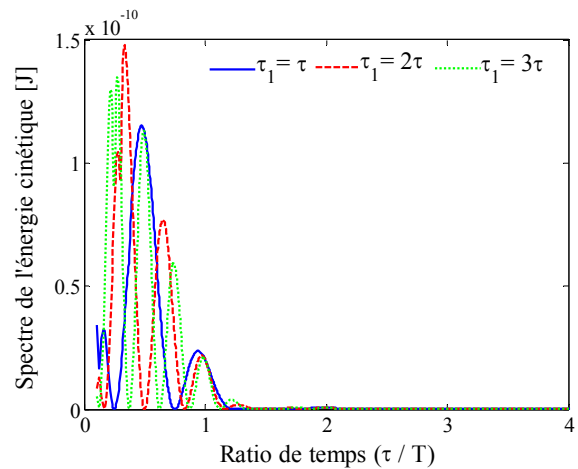
(b) : spectre en réponse résiduel



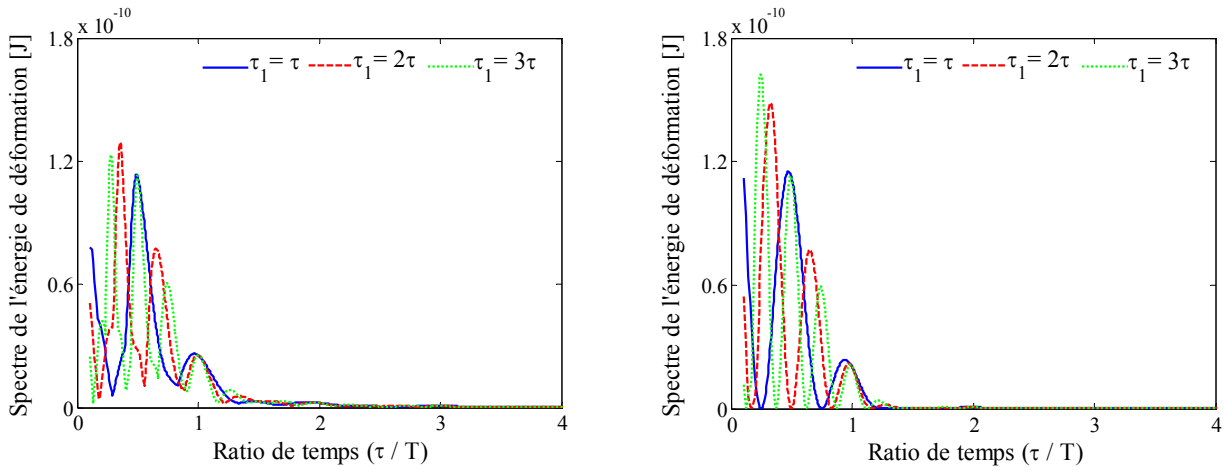
(c) : spectre maximax



(d) : spectre de l'énergie cinétique primaire



(e) : spectre de l'énergie cinétique résiduelle



(f) : spectre de l'énergie de déformation primaire      (g) : spectre de l'énergie de déformation résiduelle

Fig. III.21 : Les spectres en réponses et en énergies (excitation en DS)

En conclusion, les amplitudes des spectres en réponse et en énergie de déformations et cinétiques augmentent pour certaines valeurs du ratio de temps et diminuent pour d'autres valeurs du ratio de temps sous l'effet du deuxième choc. On peut ainsi remarquer que le double choc permet de localiser le spectre utile dans la gamme de  $\tau/T$  de 0 à 1, et cela peut éventuellement permettre un rendement amélioré si la résonance du microconvertisseur s'accorde avec ces données. D'autre part, il semble difficile de chercher à contrôler ce phénomène pour augmenter le rendement du microconvertisseur d'énergie. On s'attachera plutôt à s'assurer que les chocs successifs sont suffisamment espacés dans le temps pour pouvoir être considérés comme indépendants les uns des autres.

## 6. Influence de la piézoélectricité sur les spectres en réponses et en énergies

Durant les études précédentes, les transducteurs ont été considérés comme purement élastiques. Dans cette nouvelle étude, on considère que les deux appuis modélisés par des ressorts et des amortisseurs sont également deux transducteurs piézoélectriques. Le couplage piézoélectrique est traduit par le système d'équations de couplage suivant (les détails sont apportés dans l'**Annexe 6**, [PIE 02 et CRA 90]) :

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + K_{uu}^{eq} Y(t) + K_{u\phi} v(t) = F(t) \delta_i(t) \\ K_{\phi u} Y(t) + K_{\phi\phi} v(t) = Q \end{cases}$$

$\Downarrow$

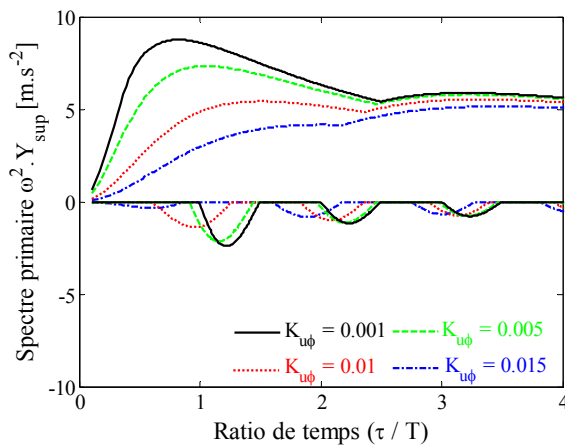
$$M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + \left( K_{uu}^{eq} - \frac{K_{u\phi}^2}{K_{\phi\phi}} \right) Y(t) = F(t) \delta_i(t) \quad (Eq. III.8)$$



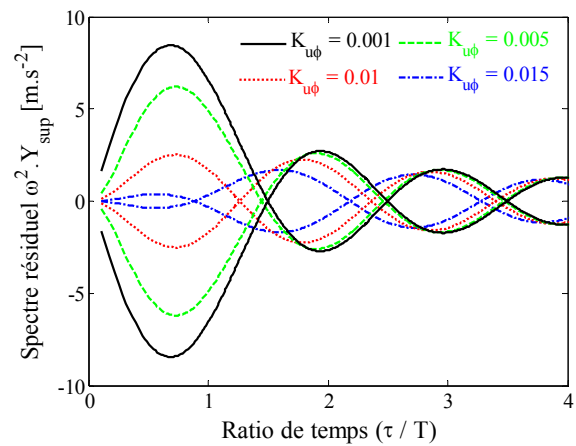
$M$ ,  $C_{eq}$ ,  $K_{uu}^{eq}$ ,  $K_{u\phi}$ ,  $K_{\phi\phi}$  et  $Q$  sont respectivement la masse, l'amortissement, la raideur, le couplage électrique-mécanique, la rigidité électrique et la charge électrique. Dans cet exemple, on se place dans le cas d'un circuit ouvert, ce qui signifie que la charge électrique est nulle ( $Q = 0$ ). Dans le cas de ce système à 1ddl, l'Eq. III.8 devient une seule équation différentielle d'ordre 2. L'influence du paramètre de couplage sur les spectres est présentée en Fig. III.22.

La valeur du paramètre de couplage est obtenue à partir des coefficients piézoélectriques indiqués par le fournisseur. Dans le cas de la structure de niobate de lithium utilisée et d'une déformation longitudinale, le paramètre de couplage est égal à  $2 \times 10^{-3} C$ . En utilisant cette valeur, la variation des spectres en réponse et en énergie est faible par rapport aux spectres obtenus sans prendre en compte l'effet piézoélectrique. Quand ce paramètre de couplage augmente, il influence la raideur de la microstructure. Un exemple des spectres obtenus en variant ce paramètre à des valeurs de couplage élevées est illustré dans le cas de cette microstructure. Le paramètre d'amortissement est imposé nul. La variation du paramètre de couplage entre  $2 \times 10^{-3}$  et  $0,001 C$  influence très peu les spectres en réponse et en énergie. À partir de la valeur du paramètre de couplage de  $0,005 C$ , les spectres sont influencés remarquablement. Au fur et à mesure que le paramètre de couplage augmente, les amplitudes des spectres en réponses diminuent. Les valeurs du ratio de temps correspondant aux différents crêtes et nœuds des spectres primaires et résiduels (Fig. III.22a et b) deviennent plus petites.

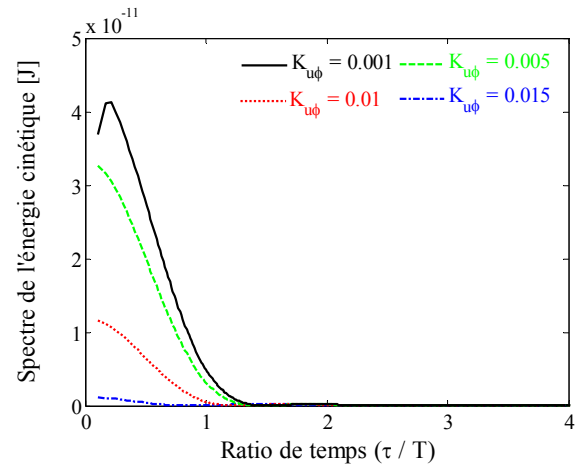
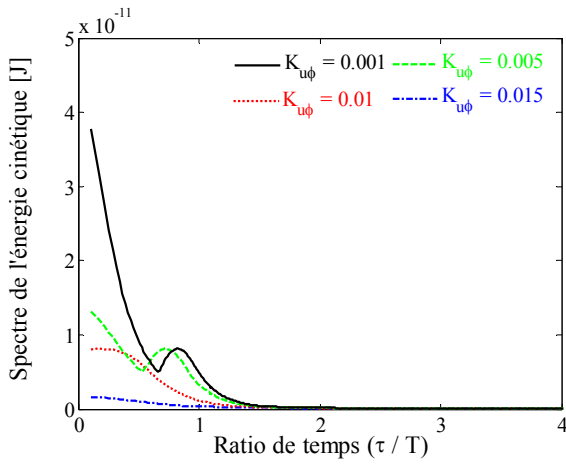
Les spectres en énergies cinétiques (primaires et résiduelles Fig. III.22c et d) et de déformations (primaires et résiduelles Fig. III.22e et f) diminuent quand le paramètre de couplage augmente. Cela est dû à la variation de la raideur apparente de la structure par le paramètre de couplage. Dans le cas de l'utilisation du niobate de lithium comme matériau piézoélectrique, l'influence du paramètre de couplage piézoélectrique sur les spectres en réponse et en énergie est relativement faible. Néanmoins, l'influence d'un branchement avec une résistance et avec un condensateur mérite d'être soigneusement analysé.



(a) : spectres en réponse primaires

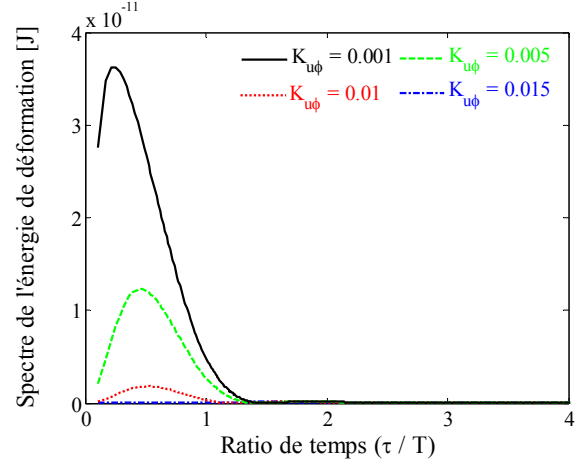
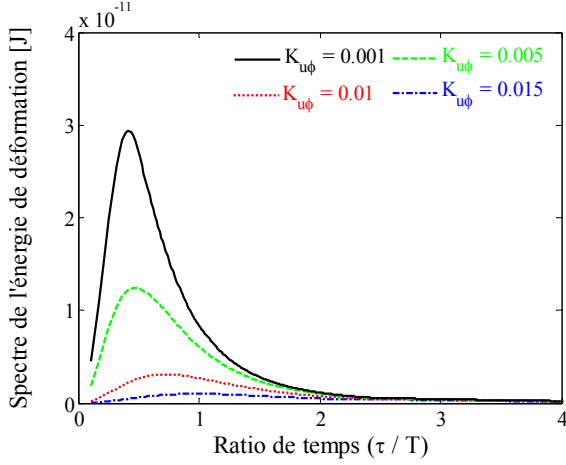


(b) : spectres en réponse résiduelles



(c) : spectres en énergie cinétiques primaires

(d) : spectres en énergie cinétiques résiduelles



(e) : spectres en énergie de déformations primaires

(f) : spectres en énergie de déformations résiduelles

Fig. III.22 : Les spectres en réponses et en énergies (excitation en DS)

## 7. Influence de la connexion du microconvertisseur avec un condensateur sur les spectres en réponses et en énergies

La connexion du microconvertisseur avec un condensateur de capacité  $C$  est modélisée par l'Eq. III.9 dans le cas d'un système à 1ddl. Cette équation est obtenue à partir de l'équation précédente (Eq. III.8).

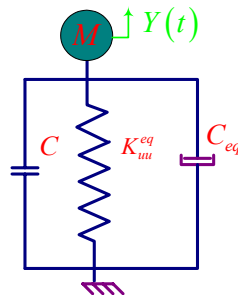


Fig. III.23 : Schéma simplifié de la connexion avec un condensateur

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + K_{uu}^{eq} Y(t) + K_{u\phi} v(t) = F(t) \delta_i(t) \\ K_{\phi u} Y(t) + K_{\phi\phi} v(t) = Q(t) = C v(t) \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + \left( K_{uu}^{eq} + \frac{K_{u\phi}^2}{C - K_{\phi\phi}} \right) Y(t) = F(t) \delta_i(t)$$

(Eq. III.9)

La connexion du microconvertisseur avec un circuit électronique constitué par un condensateur peut influencer les spectres en réponse et en énergie. Cela dépend essentiellement de la valeur de la capacité. Quand le paramètre de couplage devient relativement élevé, la connexion avec une capacité diminue les spectres en réponse et en énergie, ce qui n'est pas le cas concernant le microconvertisseur proposé durant cette étude. D'autre part, la connexion avec un condensateur ne dissipe pas mais plutôt emmagasine de l'énergie. Dans le lieu d'Evans, le système d'état correspond à l'Eq. III.9 mais sans le second terme. Les pôles complexes de ce système d'état sont obtenus directement grâce à l'interface de calcul Matlab pour chaque valeur de la capacité du condensateur. La partie réelle de ces pôles est constante, par contre la partie imaginaire varie. Cela se traduit par une droite verticale dans le lieu d'Evans. Les valeurs des ordonnées ou des parties imaginaires varient en fonction de la raideur apparente du système. Les valeurs de l'amortissement calculées à partir du lieu d'Evans varient très peu en fonction des valeurs de la capacité. Cette variation de l'amortissement est en étroite relation avec le fait que la connexion avec un condensateur ne dissipe pas d'énergie. La situation sera évidemment très différente dans le cas de la connexion du microconvertisseur avec une résistance.

## 8. Influence de la connexion du microconvertisseur avec une résistance

Dans le cas de la connexion du microconvertisseur avec une résistance  $R$ , le système est modélisé par l'Eq. III.10 obtenue à partir de l'équation précédente (Eq. III.8). Afin de résoudre ce problème couplé, il est possible de procéder par décomposition modale. La nature non-symétrique du problème nécessite le calcul des modes propres gauches et droits du problème. Cette résolution passe par la représentation d'état du système.

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + K_{uu}^{eq} Y(t) + K_{u\phi} v(t) = F(t) \delta_i(t) \\ K_{u\phi} \frac{dY(t)}{dt} + K_{\phi\phi} \frac{dv(t)}{dt} = \frac{v(t)}{R} \end{cases}$$

(Eq. III.10)

Les matrices relatives à ce nouveau système d'état s'écrivent comme le montre l'Eq. III.11 :

$$\begin{bmatrix} C_{eq} & M & 0 \\ M & 0 & 0 \\ K_{\phi u} & 0 & K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Y}(t) \\ \ddot{Y}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -K_{uu} & 0 & -K_{\phi u} \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 1/R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(t) \\ \dot{Y}(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \bar{\bar{U}}\dot{\bar{X}} - \bar{\bar{A}}\bar{X} = \bar{F} \quad (Eq. III.11)$$

La résolution de ce problème aux valeurs propres est réalisée en utilisant l'interface de calcul Matlab pour chaque valeur de résistance. Dans le lieu d'Evans et dans le cas d'un circuit bouclé avec une résistance, on observe la présence de deux demi ellipses symétriques par rapport à l'axe des abscisses (Fig. III.24a). Chaque point dans cette dernière figure correspond à une valeur de la résistance. La simulation numérique est réalisée en utilisant les paramètres piézoélectriques et de couplage donnés par le fournisseur. Les valeurs d'amortissement sont ensuite calculées à partir de la tangente entre l'abscisse et l'ordonnée pour chaque valeur de la résistance.

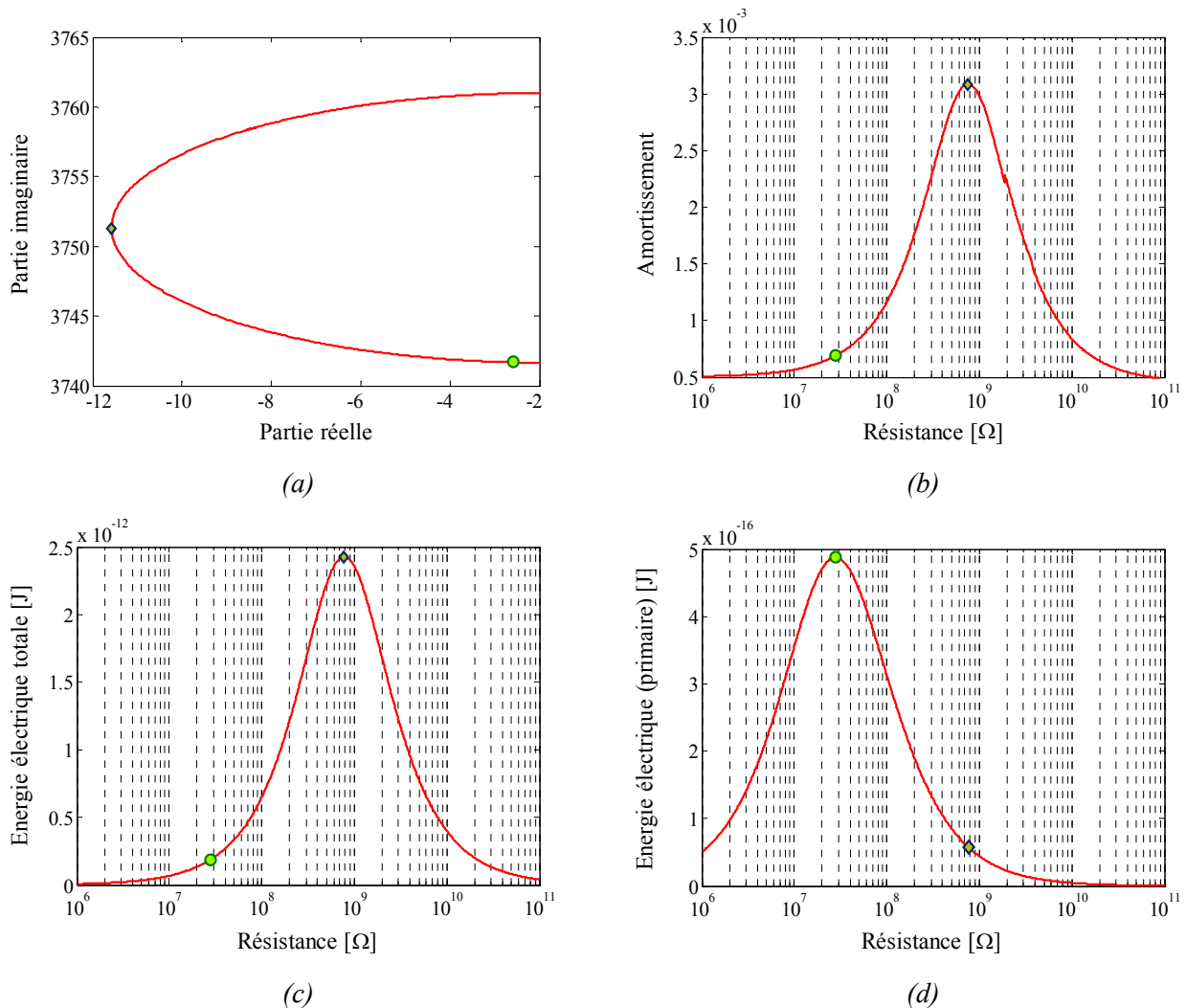


Fig. III.24 : Lieu d'Evans du système bouclé; évolution de l'amortissement et de l'énergie électrique en fonction de la résistance

L'amortissement maximal est enregistré sur le grand rayon de l'ellipse correspondant au point en symbole losange placé sur la Fig. III.24a. On précise également que la longueur du grand et petit

rayon de la demi-ellipse varie en fonction de la période du microsysteme, du paramètre de couplage électrique-mécanique et du paramètre de la rigidité électrique. Cette évolution de l'amortissement montre la présence d'un maximum correspondant à la valeur de la résistance de  $8 \times 10^8 \Omega$ . On note que la valeur de l'amortissement réduit utilisée lors du calcul est égale à 0,05 %. La valeur maximale de l'amortissement du système bouclé est égale à environ six fois l'amortissement structural.

L'énergie électrique est calculée à partir de la puissance électrique  $P(t)$  qui dépend de la résistance  $R$  (Eq. III.12).

$$E(R) = \int_0^t P(t) dt = \frac{1}{R} \int_0^t v^2(t) dt \quad (\text{Eq. III.12})$$

Les valeurs temporelles de la tension  $v(t)$  sont obtenues en résolvant le système d'Eq. III.10 par la méthode numérique de Runge-Kutta. L'évolution de l'énergie électrique totale (pendant et après le choc mécanique) en fonction de la résistance électrique montre la présence d'un maximum unique. L'abscisse de ce maximum correspond exactement à l'abscisse du maximum de l'amortissement (Fig. III.24c).

L'abscisse du maximum d'énergie électrique enregistrée uniquement pendant le choc mécanique (point en symbole cercle) est largement inférieure à celle du maximum d'énergie électrique enregistrée après le choc mécanique (ou totale) (Fig. III.24d). Ces rapports entre les différentes abscisses varient très peu en variant la période de la microstructure. L'évolution de l'amortissement en fonction de la résistance et du ratio de temps montre la présence d'une arête sur laquelle l'amortissement est maximal à faibles valeurs du ratio de temps (Fig. III.25a). Néanmoins, les valeurs de l'amortissement deviennent très faibles quand les valeurs du ratio de temps augmentent au-delà de 0,015.

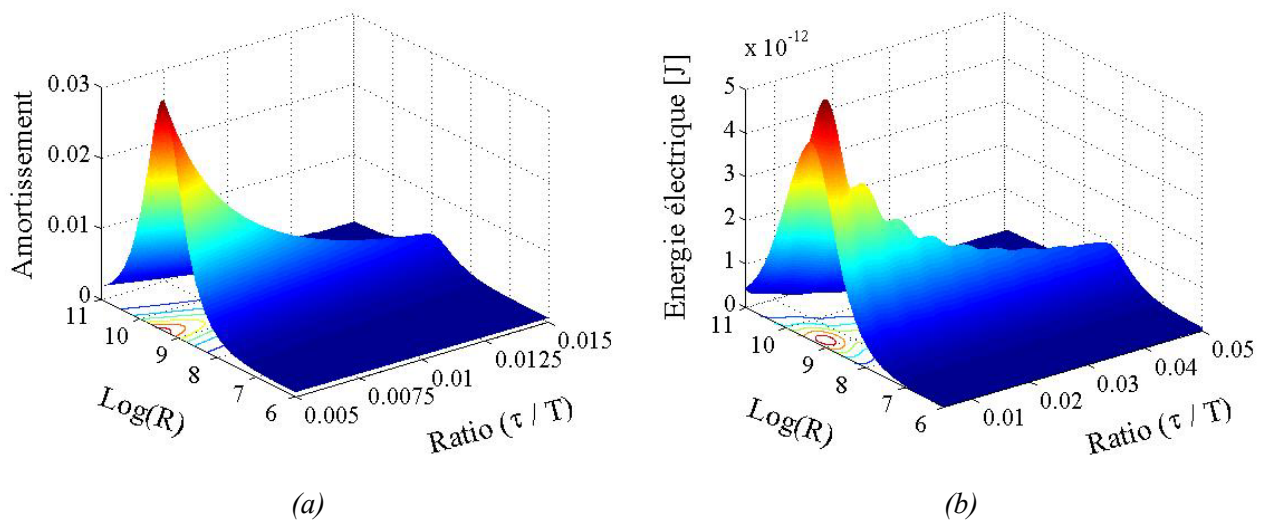


Fig. III.25 : Evolution de l'amortissement et de l'énergie en fonction de la résistance et du ratio de temps

L'évolution de l'énergie électrique totale en fonction de la résistance et du ratio de temps montre la présence d'une arête sur laquelle les valeurs de l'énergie électrique totale contiennent plusieurs maximums locaux. Les amplitudes de ces maximums augmentent au fur et à mesure que les valeurs du ratio de temps tendent vers zéro (Fig. III.25b).

Les valeurs des résistances correspondant à cette arête de l'énergie électrique sont très proches des valeurs des résistances correspondant à l'évolution de l'arête de l'amortissement ; l'énergie électrique dissipée est donc dans ce cas maximale quand l'amortissement est maximal. Nous obtenons donc ici un résultat qui peut sembler trivial mais qui n'est pourtant pas toujours valable. Dans le cas d'un système électromagnétique de récupération de l'énergie sous l'effet d'une excitation mono-harmonique [MAM 07], l'énergie disponible et dissipée dans le circuit en fonction de l'impédance de la boucle fait apparaître deux points de fonctionnement qui maximisent l'énergie dissipée. Cette énergie dissipée est égale à la moitié de l'énergie disponible, et l'amortissement du système bouclé est égal deux fois l'amortissement structural. En revanche, la valeur d'impédance qui maximise l'amortissement conduit dans ce cas à une énergie dissipée beaucoup plus faible. On voit donc que le type d'excitation considéré conditionne l'optimisation d'un dispositif de récupération d'énergie.

## 9. Influence de l'encastrement : système à 2ddl

Comme le montre l'étude de caractérisation expérimentale, il est possible de réduire les dissipations d'énergie dans la liaison encastrement. Jusqu'à maintenant, nous avons proposé un modèle de choc mécanique qui considère que l'encastrement est parfaitement rigide et non dissipatif. Il est possible d'améliorer ce modèle en modélisant l'effet élastique et dissipatif de l'encastrement par un nouveau degré de liberté reliant le support du microconvertisseur au bâti (Fig. III.26).  $M_2$  représente la masse de la partie vibrante du microconvertisseur,  $K_2^{eq}$  représente la raideur des deux éléments piézoélectriques,  $M_1$  représente la masse de l'embase du microconvertisseur,  $K_1$  représente la raideur de l'encastrement et  $(C_1$  et  $C_2^{eq})$  sont deux amortissements.

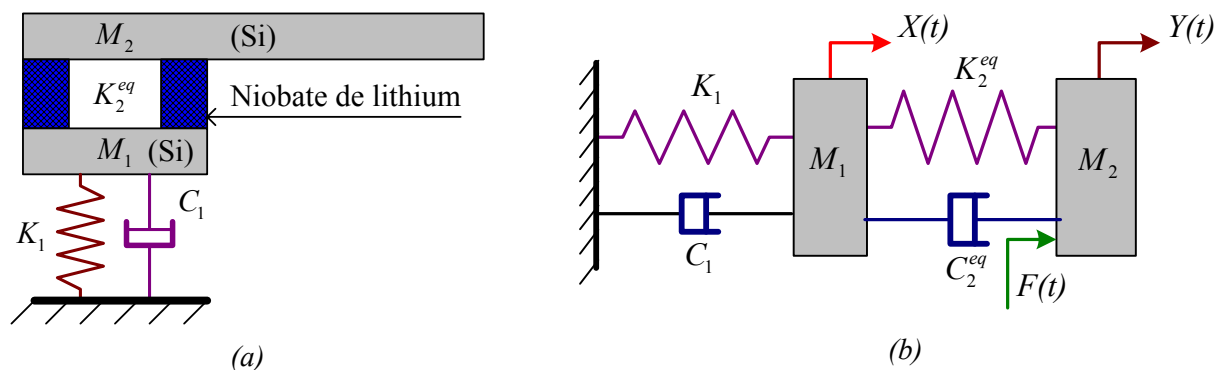


Fig. III.26 : modélisation du microconvertisseur à deux ddl

Le système d'équation relatif à ce nouveau modèle, dans le cas d'une excitation appliquée sur la masse ( $M_2$ ), est présenté par l' Eq. III.13.

$$\begin{cases} M_1 \frac{d^2 X}{dt^2} + C_1 \frac{dX}{dt} + C_2^{eq} \left( \frac{dX}{dt} - \frac{dY}{dt} \right) + K_1 X + K_2^{eq} (X - Y) = 0 \\ M_2 \frac{d^2 Y}{dt^2} + C_2^{eq} \left( \frac{dY}{dt} - \frac{dX}{dt} \right) + K_2^{eq} (Y - X) = F(t) \end{cases} \quad (Eq. III.13)$$

Dans cette étude, l'effet de l'amortissement n'est pas analysé, le but principal étant d'étudier la répartition des réponses en choc et la répartition des énergies cinétiques et de déformations. L'étude du microsystème est effectuée en faisant varier la durée du choc sachant que ce système possède deux fréquences de résonance. Dans cet exemple, la masse  $M_1$  est égale à 10 g, la masse  $M_2$  est égale à 15 g, la raideur  $K_1$  est égale à  $480 \times 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ , la raideur  $K_2$  est égale à  $720 \times 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ . La réponse de chaque masse est constituée de deux modes propres : le premier mode fait apparaître un mouvement des deux masses en phase, le second un mouvement en opposition de phase. C'est ce deuxième mode qui nous intéresse puisqu'il fait travailler les éléments piézoélectriques. Le modèle est également vérifié numériquement en comparant l'énergie introduite dans le système par l'intermédiaire de l'excitation en choc et l'énergie mécanique totale dans le système. Les évolutions des spectres en réponses totales primaires et résiduelles sont ensuite calculées puis illustrées respectivement en Fig. III.27.

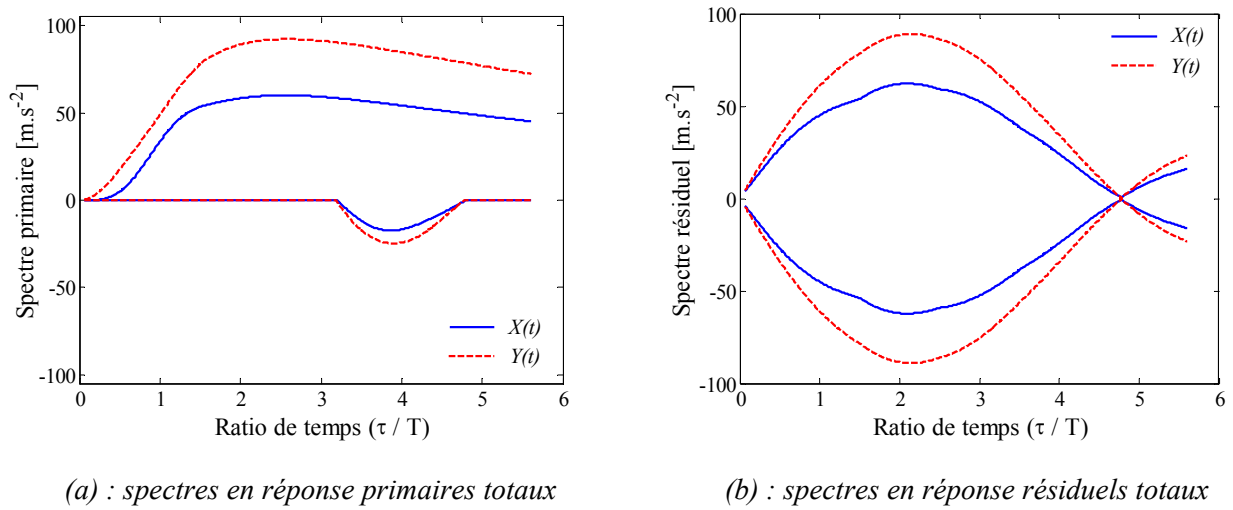


Fig. III.27 : évolution des spectres en réponse primaires et résiduelles

L'évolution des spectres primaires positifs montre la présence d'un maximum et l'évolution des spectres primaires négatifs montre la présence d'un minimum. Les spectres résiduels sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses et montrent la présence de crêtes et de noeuds. On remarque également que les spectres primaires et résiduels correspondant à la masse  $M_2$  sont plus élevés que les spectres primaires et résiduels correspondant à la masse  $M_1$ .

Cela dépend de l'excitation appliquée sur la masse  $M_2$  et également des paramètres des raideurs et des masses. Il est intéressant de déterminer la participation dans les réponses du premier et du deuxième mode de vibration afin de connaître la partie de la réponse efficace pour le microconvertisseur et la partie de réponse « perdue ». Cette étape de décomposition est accomplie à partir de la réponse totale  $X(t)$  ou  $Y(t)$  en utilisant une FFT. Les spectres maximaux correspondant au premier mode sont présentés en Fig. III.28a. Les spectres maximaux manifestent la présence d'un maximum unique dans cette plage du ratio de temps, puis s'annulent. Les spectres relatifs au deuxième mode sont présentés en Fig. III.28b, et manifestent la présence de plusieurs maximums. Les répartitions des spectres en contributions des premier et deuxième modes sont calculées en divisant la valeur des spectres en réponse relatifs respectivement aux premier et second modes par la somme de ces valeurs. Ce calcul est effectué pour chaque valeur du ratio de temps. Les différentes répartitions sont illustrées respectivement en Fig. III.28c et d. On constate qu'une majeure partie de l'énergie contribue à exciter le premier mode. Le second mode ne devient prépondérant que pour la valeur de ratio de temps d'environ 4,8, car celle-ci correspond au zéro du spectre du premier mode.

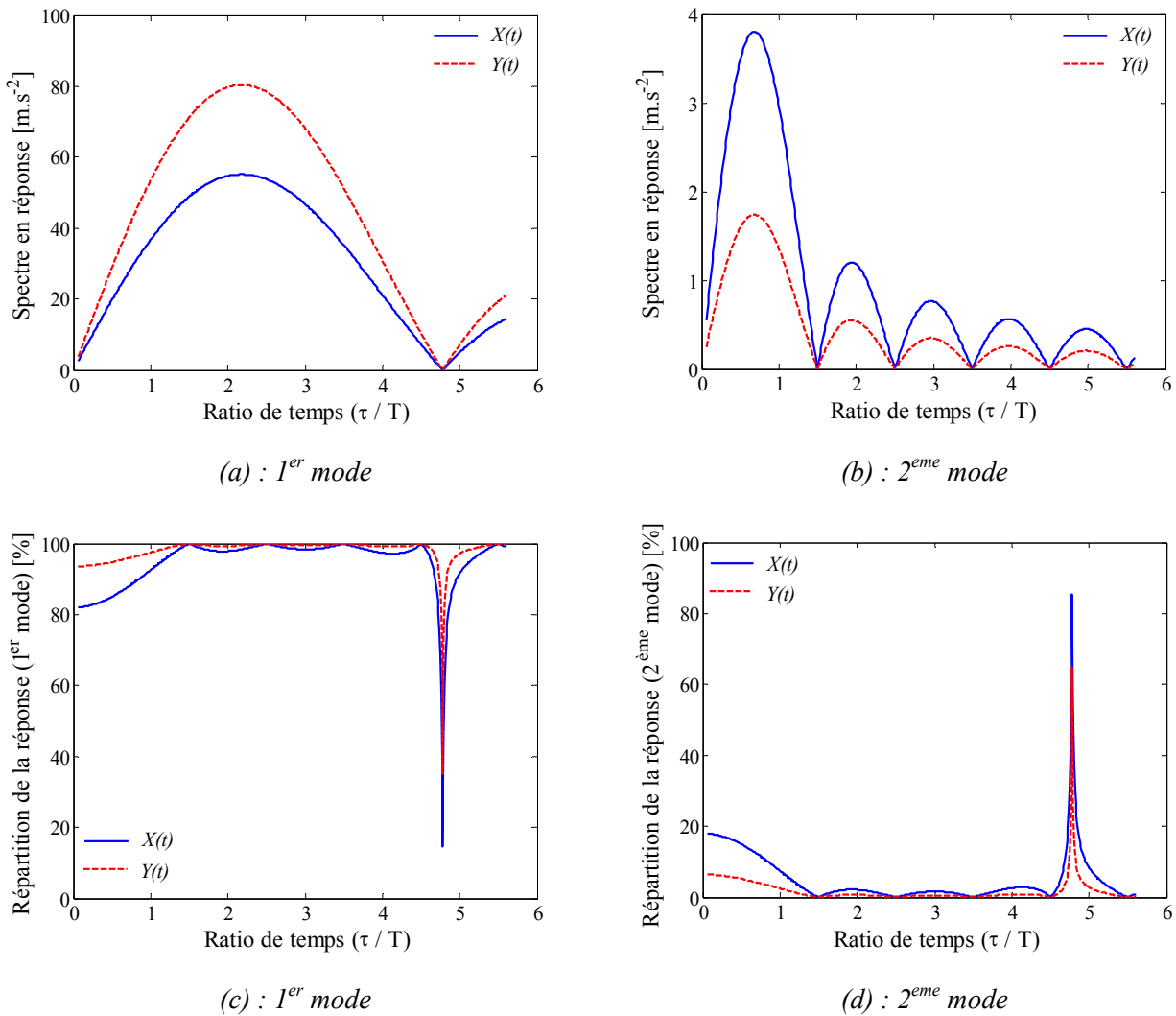
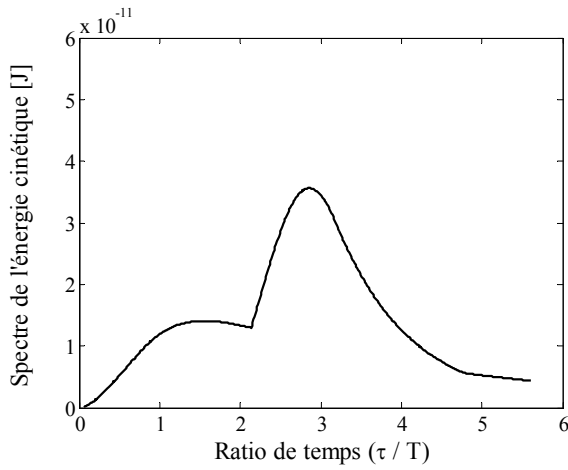


Fig. III.28 : Evolutions des spectres en réponses des répartitions des spectres

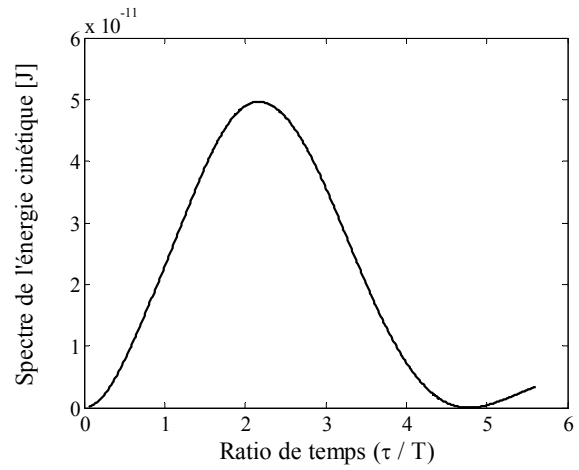


Ce résultat du calcul n'est pas vraiment significatif, et la répartition est strictement liée à la raideur de l'encastrement qui est inférieure à la raideur des deux matériaux piézoélectriques. En conclusion, la liaison « encastrement » a une influence importante sur l'application de récupération d'énergie et cette liaison doit être soigneusement réalisée de manière à ce qu'elle soit la plus rigide possible afin d'augmenter le rendement de la microgénératrice de courant. Les spectres des énergies cinétiques  $E_c$  et de déformations  $E_d$  totales (premier et second modes) sont calculés séparément pendant et après le choc mécanique à partir du système d'Eq. III.14 et sont illustrés dans la Fig. III.29.

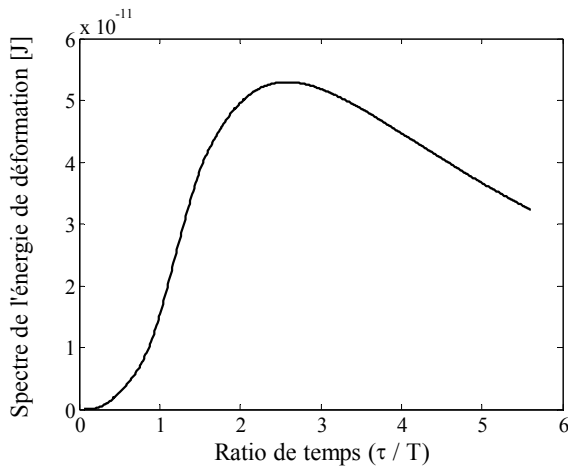
$$\begin{cases} E_c = \frac{1}{2} M_1 \left( \frac{dX}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} M_2 \left( \frac{dY}{dt} \right)^2 \\ E_d = \frac{1}{2} K_1 X^2 + \frac{1}{2} K_2^{eq} (Y - X)^2 \end{cases} \quad (Eq. III.14)$$



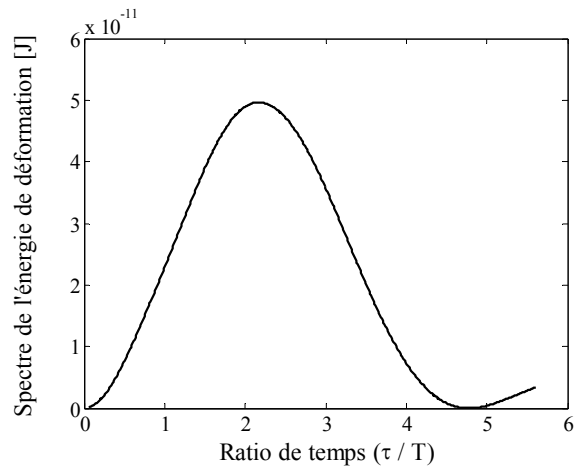
(a) : spectres en énergies cinétiques primaires totales dans le système



(b) : spectres en énergies cinétiques résiduelles totales dans le système



(c) : spectres en énergies de déformations primaires totales dans le système

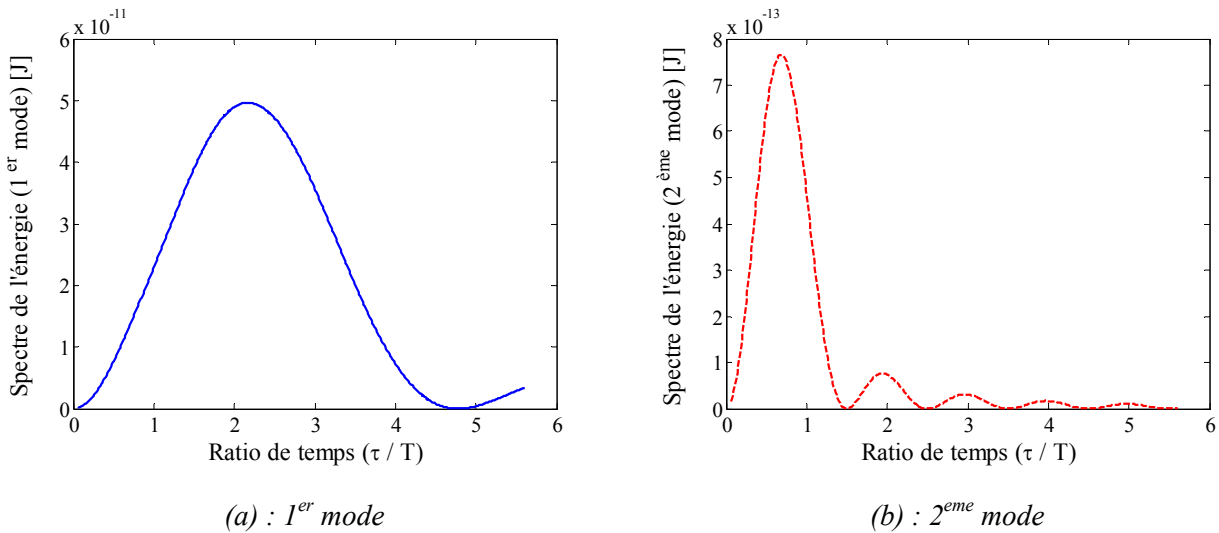


(d) : spectres en énergies de déformations résiduelles totales dans le système

Fig. III.29 : Evolutions des spectres en énergies cinétiques et de déformations (totales dans le système) primaires et résiduelles

Dans la plage de ratio de temps étudiée, l'évolution du spectre de l'énergie cinétique primaire montre la présence de deux maximums (*Fig. III.29a*). L'évolution du spectre de l'énergie cinétique résiduelle montre la présence d'un maximum unique (*Fig. III.29b*) et finalement l'évolution du spectre de l'énergie de déformation primaire montre également le même type de comportement (*Fig. III.29c*).

L'évolution du spectre d'énergie cinétique est identique à l'évolution du spectre d'énergie de déformation (*Fig. III.29d*). Au delà de la plage de ratio de temps étudiée, d'autres maximums apparaissent, mais avec des amplitudes de plus en plus faibles au fur et à mesure que les valeurs du ratio du temps augmentent. Dans le cas de ce microsystème, il est également important de connaître la répartition de l'énergie dans chaque mode de vibration. La fonction FFT est utilisée de nouveau pour décomposer le signal temporel relatif à l'énergie cinétique ou de déformation. Les spectres de l'énergie cinétique résiduelle (*Fig. III.30*) correspondant aux premier et second modes sont identiques aux spectres de l'énergie de déformation.



*Fig. III.30 : évolutions des spectres en énergie cinétique résiduelles*

Cette illustration montre à nouveau que l'énergie liée au second mode est très inférieure à celle liée au premier mode. L'évolution de l'énergie du second mode présente également plusieurs maximums et points nuls. Cette étude est réalisée de nouveau par la même structure mais en excitant la masse  $M_1$ . Les résultats montrent que les amplitudes des énergies cinétiques et de déformations liées aux premier et second modes sont alors réduites. Expérimentalement, l'excitation de la masse  $M_2$  est néanmoins risquée car la force d'excitation risque d'engendrer l'endommagement du microsystème. Enfin, la succession des chocs mécaniques sur le microsystème à 2ddl fait croître les amplitudes, mais complique fortement la réponse qui contient alors davantage de maximums et de points d'énergie nulle.

## 10. Modélisation analytique du microconvertisseur

### 10.1. Introduction

Un convertisseur piézoélectrique est constitué d'un dispositif mécanique dont le rôle principal est de transmettre une excitation mécanique à un élément piézoélectrique. L'élément piézoélectrique est capable de convertir l'énergie mécanique en énergie électrique afin d'alimenter un circuit électronique de faible consommation [SMI 91, KEA 03, GUY 05 et BEE 06]. Cette simple description est valable dans le cas du microconvertisseur choisi pour ce travail de recherche. Dans la suite, nous proposons une modélisation analytique du microconvertisseur fondée sur la dynamique des structures. Cette modélisation nous permettra de discuter les efforts mis en jeu dans les modules piézoélectriques ainsi que la puissance électrique susceptible d'être récupérée.

### 10.2. Modélisation du microconvertisseur : régime dynamique

Afin de mieux appréhender les valeurs des efforts mis en jeu dans les transducteurs piézoélectriques, on considère maintenant un modèle analytique constitué d'une poutre vibrante sur deux appuis rigides. La structure est soumise à une excitation harmonique non amortie à des fréquences proches de la résonance. La poutre est considérée comme droite : la ligne moyenne est rectiligne. Dans le cas d'une poutre homogène avec une section constante, les quantités  $E$ ,  $I$ ,  $S$  et  $\rho$  (le module de Young, le moment quadratique, la section et la masse volumique) sont des constantes. Dans le cas d'une poutre élancée, il est possible de négliger l'inertie de rotation des sections droites sans perte de précision sur les résultats obtenus [GER 96]. C'est le modèle classique d'une poutre en flexion utilisé en vibrations transversales, obtenu en négligeant dans l'expression de la fonctionnelle de Hamilton le terme associé à l'énergie cinétique de rotation [GER 96]. Dans ces conditions, on obtient l'équation de mouvement suivante :

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (Eq. III.15)$$

où  $W(x, t)$  représente la déformée dynamique.

Dans le cas de l'architecture du microconvertisseur proposé, la déformation de la structure engendre des forces normales sur les deux appuis (Fig. III.31). L'analyse du comportement de ce système impose de résoudre deux problèmes distincts. Le premier est constitué d'une poutre appuyée à ses deux extrémités tandis que le second est constitué d'une poutre appuyée d'un côté et libre de l'autre côté (Fig. III.31). Dans la suite, on s'intéresse à la résolution de l'équation de mouvement libre dans le cas d'une poutre homogène et de section constante, sachant que l'on suppose qu'aucun effort linéique n'est exercé sur la poutre.

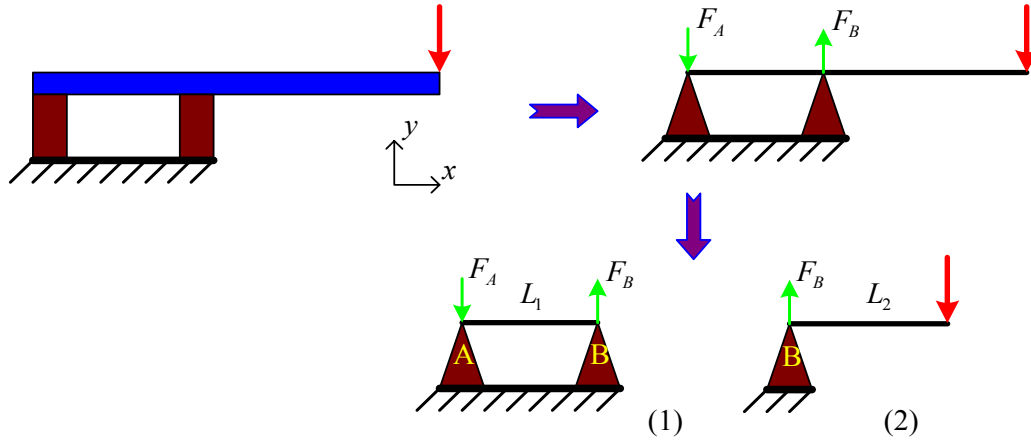


Fig. III.31 : Schéma simplifié du microconvertisseur et schéma des deux problèmes distincts

La résolution de l'équation du mouvement de flexion (Eq. III.15) se fait en utilisant la technique de séparation des variables. On cherche une solution sous la forme d'un produit de deux fonctions spatiale et temporelle  $W(x,t) = f(x)g(t)$  (Eq. III.16, avec  $i = 1, 2$  traduit les deux problèmes distincts, pour les quelles des variables indépendantes spécifiques doivent être déterminées).

$$f_{x,i}(x) = A_i \cos(kx) + B_i \sin(kx) + C_i \cosh(kx) + D_i \sinh(kx) \quad (\text{Eq. III.16})$$

$A_i, B_i, C_i$  et  $D_i$  sont des constantes. Dans le cas du premier problème, la solution s'écrit :

$$W_{x,1}(x,t) = \begin{pmatrix} A_1 \cos(kx) + B_1 \sin(kx) + \dots \\ \dots C_1 \cosh(kx) + D_1 \sinh(kx) \end{pmatrix} \exp(j\omega t) \quad (\text{Eq. III.17})$$

Les conditions aux limites (champ de déplacement et moment fléchissant sont nuls à l'origine ( $x = 0 \text{ m}$ )) impliquent que seuls des modes élastiques existent, il n'y a pas de modes de corps rigide. À partir de l'équation du champ de déplacement et à partir des conditions aux limites d'appui (Eq. III.18), on détermine les constantes de la partie spatiale de la réponse.

$$\begin{cases} f_{x,1}(0) = 0 \\ \frac{\partial^2 f_{x,1}(0)}{\partial x^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 + C_1 = 0 \\ A_1 - C_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1 = C_1 = 0 \quad (\text{Eq. III.18})$$

Dans le cas du deuxième problème : les conditions aux limites (effort tranchant et moment fléchissant sont nuls à l'extrémité libre de la poutre ( $x = L_2$ )) et des conditions de continuités (moment fléchissant et champ de déplacement au point de raccord ( $x = L_1$ )) entre les deux problèmes à résoudre sont utilisées (Eq. III.19), qui conduisent à l'obtention des constantes restant à déterminer :

$$\begin{cases} f_{x,1}(L_1) = f_{x,2}(L_1) = 0, \quad \frac{\partial^2 f_{x,2}(L_2)}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 f_{x,2}(L_2)}{\partial x^3} = 0 \\ \frac{\partial^2 f_{x,1}(L_1^-)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f_{x,2}(L_1^+)}{\partial x^2} \end{cases} \quad (Eq. III.19)$$

Les équations relatives aux conditions aux limites et de continuités sont traduites par l'Eq. III.20 :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sin(kL_1) & \sinh(kL_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(kL_1) & \sin(kL_1) & \cosh(kL_1) & \cosh(kL_1) \\ 0 & 0 & -\cos(kL_2) & -\sin(kL_2) & \cosh(kL_2) & \sinh(kL_2) \\ 0 & 0 & \sin(kL_2) & -\cos(kL_2) & \sinh(kL_2) & \cosh(kL_2) \\ -\sin(kL_1) & \sinh(kL_1) & \cos(kL_1) & \sin(kL_1) & -\cosh(kL_1) & -\sinh(kL_1) \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{\bar{A}}}} \underbrace{\begin{bmatrix} B_1 \\ D_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ C_2 \\ D_2 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{\bar{V}}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{\bar{0}}}} \quad (Eq. III.20)$$

Deux solutions de ce système  $\underline{\underline{\bar{A}}} \underline{\underline{\bar{V}}} = \underline{\underline{\bar{0}}}$  sont possibles. Dans la première possibilité, le déterminant de la matrice  $\underline{\underline{\bar{A}}}$  est non nul. La solution obtenue dans ce cas est triviale. Dans la deuxième possibilité, le déterminant de la matrice  $\underline{\underline{\bar{A}}}$  est nul, ce qui se traduit par l'existence d'un mouvement de vibrations libres. La résolution de ce déterminant est effectuée numériquement. Les valeurs de la variable  $k_n$  pour lesquelles le déterminant de la matrice  $\underline{\underline{\bar{A}}}$  est nul sont :  $k_1 = 195$ ,  $k_2 = 464$ ,  $k_3 = 580$ ,  $k_4 = 888, \dots$  Les constantes  $B_1$ ,  $D_1$ ,  $A_2$ ,  $C_2$ , et  $D_2$  sont obtenues par l'intermédiaire d'un calcul formel en fonction de  $B_2$ ,  $k_n$ ,  $L_1$  et  $L_2$ . La constante  $B_2$  est choisie comme un paramètre de normalisation. Elle est fixée ici de façon à ce que l'amplitude de déplacement à l'extrémité libre de la poutre (2) soit égale à celle de la structure en silicium enregistrée lors des essais de caractérisation. L'expression du moment fléchissant et l'expression de l'effort tranchant sont données respectivement en Eq. III.21.

$$M_{f,i} = EI \frac{\partial^2 f_{x,i}}{\partial x^2} \text{ et } T_i = -\frac{\partial M_{f,i}}{\partial x} \quad (Eq. III.21)$$

La valeur de la fréquence fondamentale du microsystème est calculée en utilisant la méthode approchée de Rayleigh dans le cas d'une vibration en flexion d'une poutre (Eq. III.22). Cette méthode est fondée sur le théorème des forces vives :  $E_c + E_d = \text{const}$  [GER 96].

$$\omega_i^2 = \frac{\int_x EI \left( \frac{\partial^2 f_{x,i}}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\int_x \rho S f_{x,i}^2 dx} \quad (Eq. III.22)$$

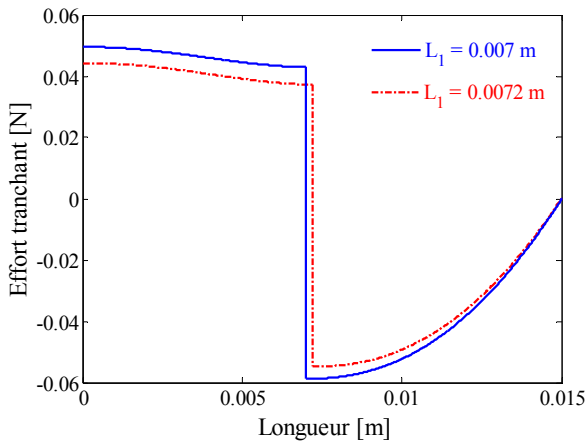
Les forces normales sont calculées à partir de l'expression de l'effort tranchant (Eq. III.23).

$$F_A = T_1(x = 0^+) \exp(j\omega t)$$

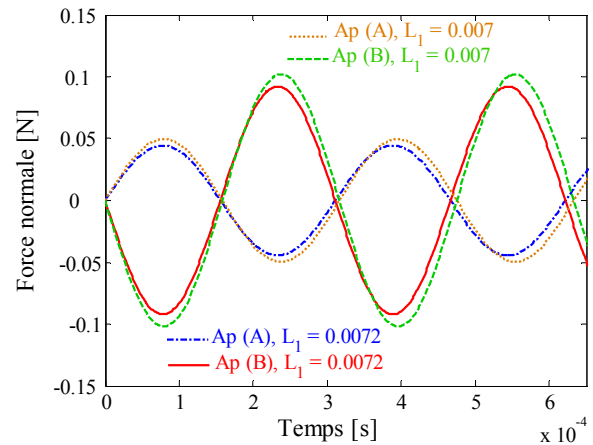
$$F_B = (T_2(x = L_1^+) - T_1(x = L_1^-)) \exp(j\omega t)$$

(Eq. III.23)

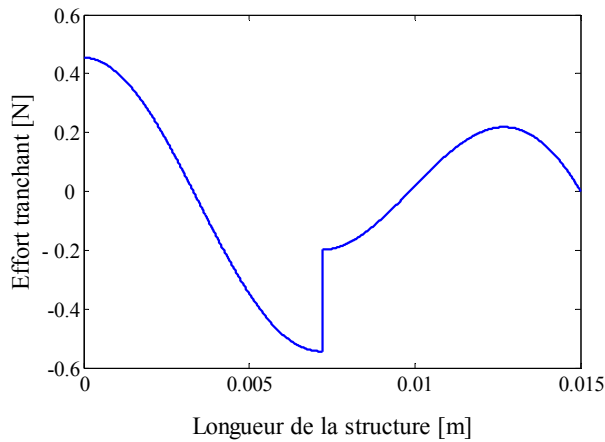
Les équations développées sont programmées dans Matlab. Deux exemples sont illustrés dans un premier temps. Dans le premier exemple, une variation de la longueur de la partie de la poutre entre les deux appuis (A et B) ( $L_1 = 7,2 \text{ mm}$  et  $L_1 = 7 \text{ mm}$ ) est considérée et une fréquence d'excitation correspondante au premier mode est appliquée (excitation en régime forcée). Dans cet exemple, la valeur de  $B_2$  est la même pour les deux calculs. On remarque la présence d'un saut de l'effort tranchant au niveau du deuxième point d'appui. Les forces ponctuelles normales dans les appuis sont en opposition de phase, celle calculée pour le second appui présente une valeur supérieure à celle du premier (Fig. III.32b).



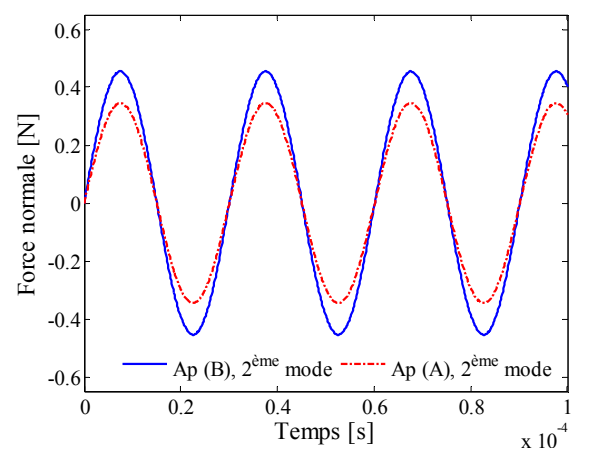
(a)



(b) : (Ap(A): Appui (A) et Ap(B): Appui (B))



(c)



(d)

Fig. III.32 : (a et b) Partie mécanique du modèle : variation de la longueur entre les deux appuis A et B :  
(c et d) Partie mécanique du modèle ( $L_1 = 0.072 \text{ m}$ ), deuxième mode de vibration

La variation de la longueur entre les deux appuis modifie les évolutions de l'effort tranchant (*Fig. III.32a*) et des amplitudes des forces normales (*Fig. III.32b*). Dans le cas d'une excitation au voisinage du deuxième mode, les évolutions de l'effort tranchant et des amplitudes des forces normales dans les appuis sont illustrées en *Fig. III.32c* et *d*. Les amplitudes des forces normales au niveau des deux appuis croissent et s'avèrent en phase. Il est donc important de bien choisir la connexion des quatre électrodes afin de cumuler la tension électrique.

### 10.3. Approche classique

L'objectif de cette partie est d'exprimer l'énergie récupérée sous forme électrique en régime d'excitation mécanique sinusoïdal établi en fonction des différents paramètres du modèle. Les équations piézoélectriques permettent de relier les grandeurs mécaniques ( $u, F$ ) et électriques ( $I, v$ ) des éléments piézoélectriques équivalents (*Eq. III.24*) [BAD 06, LEF 04 et LEF 06].

$$\begin{cases} v = \alpha F - \beta u \\ \dot{u} = \alpha I + k_e \dot{v} \end{cases} \quad (\text{Eq. III.24})$$

Les paramètres  $u, F, I$  et  $v$  représentent respectivement le champ de déplacement de la masse, la force appliquée sur l'élément piézoélectrique, le courant sortant et à la tension des éléments piézoélectriques qui sont connectés au dispositif de récupération d'énergie. Le point désigne la dérivée par rapport au temps. Les paramètres  $\alpha, \beta$  et  $k_e$  sont exprimés en fonction des paramètres piézoélectriques et de la géométrie :

$$\alpha = \frac{e_p}{e_{33}S}, \quad \beta = \frac{c_{33}}{e_{33}} \quad \text{et} \quad k_e = \frac{\varepsilon_{33}}{e_{33}}. \quad (\text{Eq. III.25})$$

On considère ensuite une excitation sinusoïdale de fréquence proche de la fréquence fondamentale de la microstructure lorsque chaque élément piézoélectrique est connecté avec une charge résistive  $R$ . A partir de la deuxième équation piézoélectrique et de la loi d'Ohm, il est possible d'exprimer le déplacement dans le domaine fréquentiel (le symbole (^) représente la transformée de Fourier) (*Eq. III.26*).

$$\begin{cases} v = \alpha F - \beta u \\ \dot{u} = \frac{\alpha}{R} v + k_e \dot{v} \Rightarrow j\omega \hat{u} = \frac{\alpha}{R} \hat{v} + j\omega k_e \hat{v} \Rightarrow \hat{u} = \frac{1}{j\omega} \left( \frac{\alpha}{R} + j\omega k_e \right) \hat{v} \end{cases} \quad (\text{Eq. III.26})$$

La combinaison de l'expression du déplacement avec la première équation de la piézoélectricité permet d'obtenir l'expression de la tension dans le domaine fréquentiel (*Eq. III.27*).

$$\begin{aligned}\hat{v} &= \alpha \hat{F} + \frac{\beta}{j\omega} \left( \frac{\alpha}{R} + j\omega k_e \right) \hat{v} \\ &= \frac{\alpha R}{j\omega R(1+k_e\beta) + \alpha\beta} j\omega \hat{F} = \frac{R\beta\alpha^2 - j\omega\alpha R^2(1+k_e\beta)}{(\omega R)^2(1+k_e\beta)^2 + (\alpha\beta)^2} j\omega \hat{F}\end{aligned}\quad (Eq. III.27)$$

A partir de l'expression de la tension, il est possible de calculer la puissance récupérée  $P$  en fonction de l'amplitude de la force  $F_m$  (Eq. III.28).

$$P = \frac{\alpha^2 R}{(\alpha\beta)^2 + (\omega R)^2(1+k_e\beta)^2} \omega^2 F_m^2 \quad (Eq. III.28)$$

A partir de cette expression de la puissance récupérée, on montre que la puissance atteint un maximum  $P_{\max}$  pour une valeur de la résistance optimale  $R_{opt}$  (Eq. III.29).

$$R_{opt} = \frac{\alpha\beta}{\omega(1+k_e\beta)} \quad \text{et} \quad P_{\max} = \frac{\alpha}{4\beta + 4k_e\beta} \omega F_m^2 \quad (Eq. III.29)$$

Comme dans la partie mécanique, les équations développées, relatives à la partie électrique, sont également programmées dans Matlab. On reprend alors les deux exemples précédents. On remarque la présence d'un maximum correspondant à une valeur de la résistance entre  $2 \times 10^7$  et  $4 \times 10^7 \text{ Ohm}$ . On remarque aussi que les valeurs de la puissance électrique sont plus élevées sur l'appui (B) que l'appui (A) (Fig. III.33a). Cela est en étroite relation avec les amplitudes des forces normales.

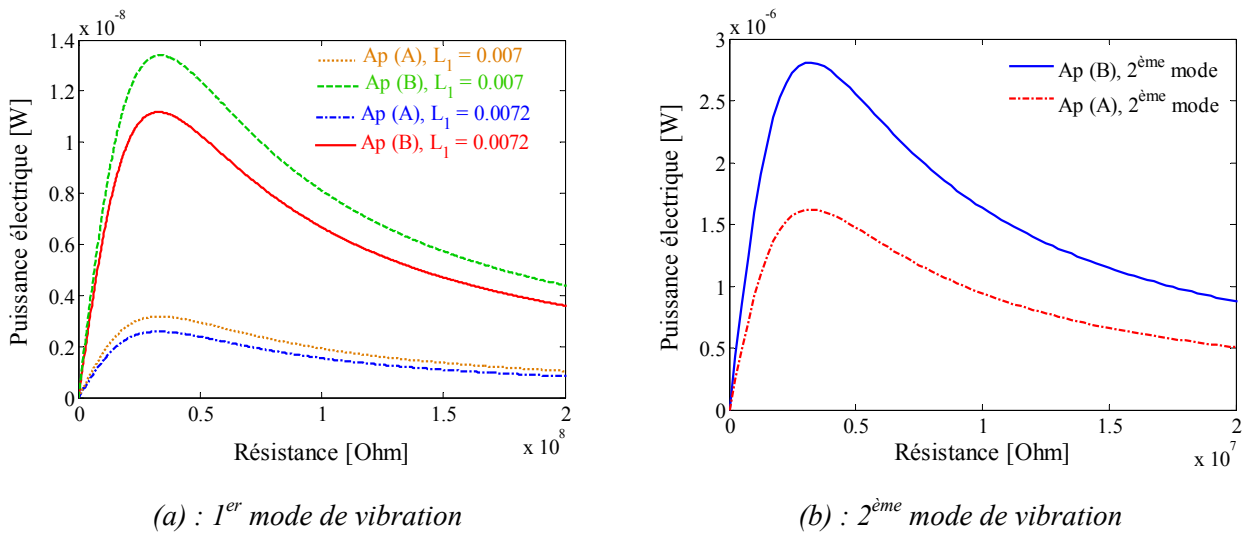


Fig. III.33 : Evolution de la puissance en fonction de la résistance

Quand la distance entre les deux appuis varie, cela influence également les amplitudes de la puissance récupérée. Quand le microsysteme est excité sur son deuxième mode de vibration, les



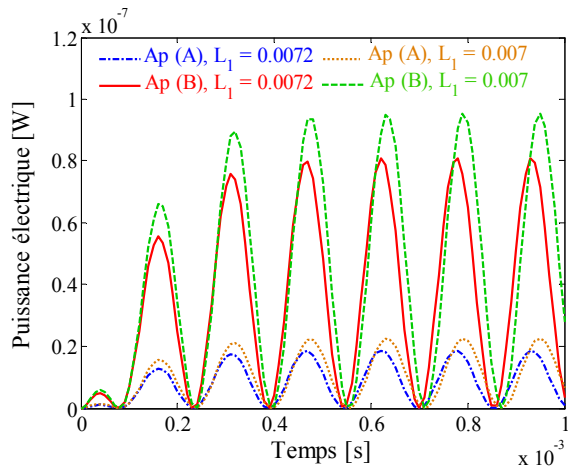
amplitudes de la puissance maximale récupérée deviennent beaucoup plus importantes (Fig. III.33b).

Afin d'obtenir l'évolution temporelle de la puissance électrique, une résolution de l'équation différentielle de la tension s'avère nécessaire (Eq. III.30). La résolution de cette équation est effectuée par la méthode numérique de Runge Kutta.

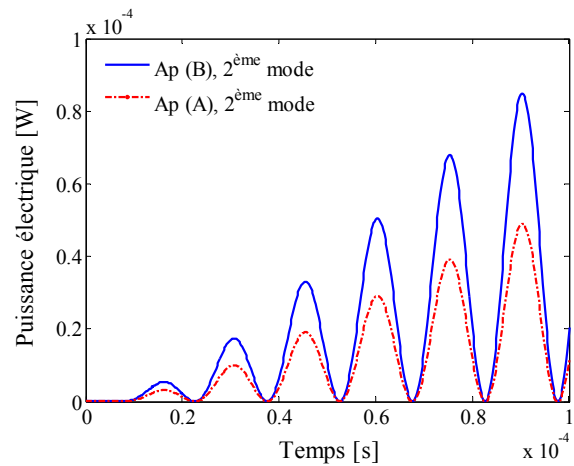
$$\left. \begin{array}{l} \dot{u} = \alpha I + k_e \dot{v} \\ v = RI \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{v} = \alpha \dot{F} - \beta \left( \frac{\alpha}{R} v + k_e \dot{v} \right) \Rightarrow \dot{v} (1 + \beta k_e) + \frac{\beta \alpha}{R} v = \alpha \dot{F} \quad (Eq. III.30)$$

A partir de la solution temporelle de la tension, l'évolution de la puissance est calculée pour chaque appui (A et B). Ce deuxième calcul confirme que la puissance est plus élevée dans le deuxième appui que dans le premier. La variation de la longueur de poutre qui sépare les deux appuis influence les amplitudes de la puissance électrique (Fig. III.34a : 1<sup>er</sup> mode de vibration).

Quand le microsystème est excité sur son deuxième mode de vibration, les amplitudes de la puissance électrique augmentent considérablement par rapport aux puissances électriques enregistrées avec une excitation sur le premier mode de vibration (Fig. III.34b). La puissance électrique enregistrée lors de l'écrasement de l'appui (B) est également plus élevée que la puissance électrique disponible au niveau de l'appui (A).



(a) : 1<sup>er</sup> mode de vibration



(b) : 2<sup>ème</sup> mode de vibration

Fig. III.34 : Evolution de la puissance temporelle

## 11. Discussion et conclusion

Dans ce chapitre, l'influence du ratio de temps sur la réponse de la structure à une sollicitation de type choc et sur la répartition de l'énergie cinétique et l'énergie de déformation est étudiée expérimentalement. Les spectres primaires et résiduels ont été obtenus expérimentalement et les spectres en énergies dans la macrostructure sont calculés. La

confrontation entre les résultats obtenus via le calcul numérique fondé sur une excitation en  $DS$  (modèle 1), le calcul numérique fondé sur une excitation en  $TR$  (modèle 2) et l'expérience montre que l'excitation en  $DS$  reproduit mieux les résultats expérimentaux dans le cas d'un système mécanique 1ddl. L'influence du couplage piézoélectrique est également étudiée et révèle que les spectres en réponses et en énergies sont largement affectés quand le paramètre de couplage est relativement élevé.

La connexion du microsystème avec un condensateur n'influence quasiment pas les différents spectres. En revanche, la connexion avec une impédance influence fortement la réponse de la structure. L'énergie dissipée maximale coïncide alors avec le maximum d'amortissement apparent. Ces différentes études confirment la nécessité de bien choisir le ratio de temps pour obtenir le meilleur rendement de l'application de récupération d'énergie. La modélisation d'un système mécanique fondé sur des éléments masses-ressorts est également réalisée grâce à un modèle à 2ddl. Cette étude montre l'importance des conditions d'encastrement. L'encastrement le plus rigide possible est nécessaire pour localiser le maximum d'énergie dans les éléments piézoélectriques utilisés pour convertir l'énergie mécanique vibratoire en énergie électrique.

Un modèle analytique couplé est ensuite développé en se basant sur la dynamique des poutres élancées. Les résultats obtenus montrent que les forces normales dans les deux appuis évoluent en opposition de phase dans le cas du premier mode de vibration. Afin de cumuler la tension électrique, il est clair qu'il faut bien choisir la connexion des électrodes dans les éléments piézoélectriques. Cette connexion n'est pas la même dans le cas d'un fonctionnement sur le deuxième mode de vibration. Dans le cas d'un collage avec de l'or compressé, cette matière adhésive est utilisée comme électrode. Dans le cas d'une excitation sur le premier mode de vibration, le montage de connexion est prévu de façon à ce que les tensions électriques ( $v_1$  et  $v_2$ ) aux bornes des éléments piézoélectriques soient en série (Fig. III.35a).

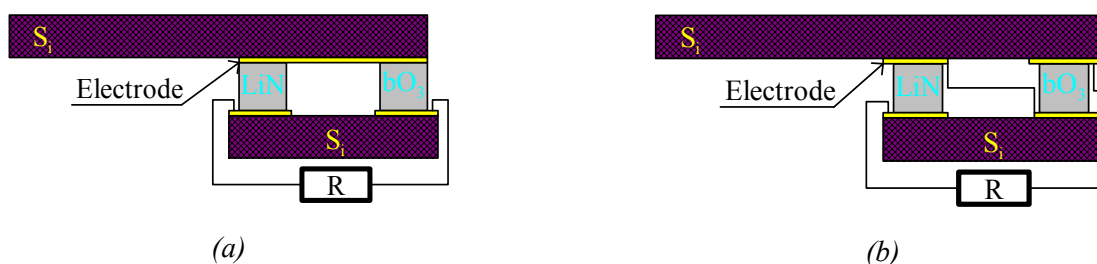


Fig. III.35 : montage électrique du microconvertisseur

Dans le cas d'une excitation sur le deuxième mode de vibration, le sens des tensions électriques aux bornes des éléments piézoélectriques devient le même. En conséquent, le montage électrique devient celui illustré dans la Fig. III.35b. Dans la pratique, il est difficile de prévoir le deuxième branchement entre les électrodes à cause de la mince épaisseur de l'élément piézoélectrique en

niobate de lithium. En conséquent, l'inversion des domaines de polarisation (Courjon *et al* [COU 06]) dans le substrat du niobate de lithium (coupe *Z*) peut résoudre le problème pour se retrouver avec un montage électrique simple comme celui illustré dans la *Fig. III.36.a*. En revanche, même si cette technique résout le problème délicat de connexion électrique, elle est très difficile à mettre en place et demande beaucoup de précision de montage. Elle affecte également les propriétés mécaniques et surfaciques et rend le procédé plus difficile à mettre en place. Ce problème existe aussi lors d'une excitation du quatrième mode de vibration. Par contre lors d'une excitation du troisième mode de vibration on retrouve des forces normales qui évoluent en opposition de phase. En conclusion, il semble préférable de favoriser l'excitation des modes de vibrations impaires.

## CONCLUSION GENERALE

Après avoir établi un état de l'art sur la problématique de la génération d'énergie et plus précisément sur les systèmes de récupération d'énergie via des matériaux piézoélectriques, il s'est avéré qu'aucune étude n'avait abordé en détail le sujet de la dissipation d'énergie avant d'aborder la phase de conception. Les sources de dissipation sont pourtant nombreuses et affectent directement l'énergie mécanique fournie par le système, et peuvent nettement réduire le rendement du démonstrateur.

Lors de ce travail de recherche, une première architecture de microconvertisseur constituée par une poutre en silicium collée en sandwich entre quatre matériaux piézoélectriques massifs à l'encastrement est proposée. Cette architecture est destinée à remplacer les architectures bimorphes dans lesquelles les structures oscillantes sont recouvertes d'un film mince de matériau piézoélectrique obtenu grâce aux techniques de dépôt physique (PVD) ou chimique (CVD).

Dans un premier temps, l'influence de l'air sur les propriétés vibrationnelles de la partie mobile (poutre encastree-libre) du convertisseur est étudiée expérimentalement. Une expérience de caractérisation a été établie pour des structures encastrees-libres par un système de serrage fondé sur un assemblage vissé. Des essais en bruit blanc et de lâcher dynamique ont été réalisés sur trois matériaux différents, couramment utilisés dans le domaine des microtechniques : le silicium (monocristallin), le quartz et le niobate de lithium (deux matériaux piézoélectriques). Les paramètres modaux ont été identifiés pour les trois structures par une technique de lissage linéaire dans le cas d'une excitation en bruit blanc et par la méthode de la transformée en ondelettes dans le cas des essais en lâcher dynamique. Cette étude expérimentale de caractérisation montre que la dissipation de l'énergie mécanique vibratoire provoquée par l'effet de l'air libre est secondaire par rapport à la dissipation de l'énergie provoquée par le phénomène de microglissement produit dans les interfaces en contact. La confrontation entre l'expérience et le modèle théorique de Hosaka confirme l'effet négligeable de l'air confiné pour nos conditions opératoires.

Afin de s'assurer que l'amortissement principal identifié pour ces structures est celui provoqué par le phénomène de microglissement, une étude par éléments finis a été effectuée uniquement sur la structure en quartz jugée représentative de notre problématique. Dans ce contexte, la loi Coulomb régularisée a été implantée dans le code de calcul Multiphysic Comsol. Le calcul a été effectué en régime quasi-statique en imposant comme chargement l'amplitude de déplacement de l'extrémité libre de la structure. Une phase d'optimisation en utilisant les algorithmes génétiques combinés avec les réseaux de neurones a été effectuée pour recalibrer l'amortissement calculé sur l'amortissement expérimental. Le modèle d'éléments finis optimisé a

permis d'identifier la répartition du microglissement, la pression de contact dans l'interface et l'énergie dissipée par effet Joule. Le résultat obtenu confirme que l'amortissement principal identifié est celui engendré par le phénomène de microglissement à l'interface de serrage (quartz/support).

Afin d'améliorer l'assemblage, nous avons opté pour une solution exploitant des couches adhésives destinées à réaliser l'encastrement. Ces structures sont constituées d'une mini-poutre en silicium collée sur une petite plaque en niobate de lithium qui jouera à terme le rôle de convertisseur mécano/électrique. Trois types de matériaux adhésifs ont été utilisés dans cette expérience (résine SU8 – 1  $\mu m$ , résine SU8 – 5  $\mu m$  et l'or compressé). Des essais similaires aux essais réalisés sur les structures encastrées-libres ont été réalisés avec une excitation en sinus-interrompu. Cette nouvelle expérience a été conçue de façon à assurer une pression dans l'enceinte allant de la pression atmosphérique jusqu'au vide secondaire. L'amortissement identifié dans les structures assemblées avec la résine SU8 – 1  $\mu m$  et la résine SU8 – 5  $\mu m$  est le plus faible, ce qui signifie que ces assemblages sont les moins dissipatifs. Pour ces deux structures assemblées, l'effet de l'air apparaît comme la source principale de dissipation d'énergie à faible amplitude de vibration. Le collage avec de l'or compressé favorise un amortissement comparable à l'amortissement identifié sur les structures encastrées-libres en quartz et en niobate de lithium. Ce collage est néanmoins très intéressant au vu de sa qualité conductrice qui permet d'assurer le rôle d'électrode. À la fin de cette étude, l'architecture a été modifiée en adoptant une poutre en silicium collée sur deux appuis piézoélectriques massifs à l'encastrement.

Après avoir étudié les phénomènes de dissipation d'énergie décrit ci-dessus, nous avons étudié expérimentalement et numériquement le transfert fréquentiel de l'énergie mécanique. Ce transfert de basse à haute fréquence est possible via des chocs mécaniques. La nouvelle architecture du microconvertisseur a été modélisée par un simple système de masses-ressorts. Ensuite, l'influence du ratio de temps (rapport de la durée du choc par rapport à la période de la structure) sur la réponse du microsystème et sur la répartition de l'énergie cinétique et de déformation a été étudiée numériquement. Les résultats montrent que l'énergie est maximale quand le ratio de temps tend vers zéro. Afin de valider ce modèle, une expérience sur une macrostructure a été effectuée car difficilement réalisable sur une microstructure. À partir des signaux expérimentaux enregistrés, la méthode de la transformée en ondelettes a été utilisée pour identifier les paramètres modaux et un filtrage spécifique a été mis en œuvre pour obtenir une meilleure décomposition des signaux en accélération. Les spectres primaires et résiduels ont été obtenus puis les différents spectres en énergie ont été calculés. La confrontation entre les résultats obtenus avec une excitation en demi-sinus, une excitation en *TR* et l'expérience montre que l'excitation en demi-sinus reproduit le mieux les résultats expérimentaux. En effet, le modèle à base d'excitation en demi-sinus montre un bon accord avec l'expérience, excepté le début de l'énergie cinétique primaire. L'influence du couplage piézoélectrique (dans le cas des

microsystèmes) a été également étudiée numériquement et a révélé que les spectres en réponses et en énergies sont largement affectés quand le paramètre de couplage est relativement élevé. L'influence de la connexion du microsysteme avec un condensateur sur les différents spectres dépend de la valeur de capacité, alors que la connexion avec une résistance influence constamment les spectres en réponse et en énergie. L'influence de la succession de choc et de l'effet de l'encastrement ont été également analysées numériquement et ont révélé la nécessité de bien choisir le ratio de temps afin d'augmenter le rendement de l'application de récupération d'énergie vibratoire.

Enfin, une modélisation analytique de la nouvelle architecture a été développée en se basant sur la dynamique des poutres élancées. Les résultats obtenus montrent que les forces normales dans les deux appuis évoluent en opposition de phase dans le cas du premier mode de vibration. Afin de cumuler la tension électrique, le choix de la connexion des électrodes dans les éléments piézoélectriques est crucial. Cette connexion n'est pas la même dans le cas d'un fonctionnement en deuxième mode de vibration. Ce modèle nous a également permis de connaître les ordres de grandeurs de la puissance électrique susceptible d'être récupérée.

## PERSPECTIVES

Les perspectives de ce travail de recherche sont nombreuses :

- Amélioration du collage avec de l'or compressé dans le cas des substrats déjà usinés en profondeur et réitérer l'expérience de caractérisation entre le VS et la PA.
- Confirmation des résultats expérimentaux par des calculs préliminaires par éléments finis.
- Validation expérimentale des spectres en réponse et en énergie dans le cas d'un système à deux degrés de liberté.
- Etude expérimentale et numérique des limitations physiques et mécaniques des matériaux piézoélectriques utilisés.
- Fabrication de la nouvelle architecture du microconvertisseur d'énergie mécano-électrique en salle blanche (le procédé est déjà prêt).
- Validation expérimentale de l'influence de la connexion avec une résistance sur l'amortissement et la puissance électrique et prévoir une électronique capable d'emmagasiner l'énergie électrique disponible.
- Validation expérimentale du modèle théorique de conversion de l'énergie basé jusqu'à maintenant sur une excitation sinusoïdale.
- Comparaison de l'énergie récupérable par ce microconvertisseur avec l'état de l'art dans le domaine.
- Combinaison du modèle théorique avec le modèle des chocs mécaniques.





## REFERENCES BIBLIOGRAPHIES

- [ABR 04] A. Abrar, D. Zhang, B. Su, T.W. Button, K.J. Kirk, S. Cochran, 1–3 connectivity piezoelectric ceramic–polymer composite transducers made with viscous polymer processing for high frequency ultrasound, *Ultrasonics*, 42 (2004) 479–484
- [ALL 04] H. Allik, and T. J. R. Hughes, Finite element method for piezoelectric vibration, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2 (1970) 151–157.
- [AMI 98] R. Amirtharajah and A.P. Chandrakasan, Self-powered signal processing using vibration-based power generation, *Solid- IEEE Journal of State Circuits*, 33 (1998) 687-695.
- [AMM 06] Y. Ammar, Conception de systèmes de gestion d'énergie pour microsystèmes autonomes, thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2006
- [AND 95] M. K. Andrews and P. D. Harris, Damping and viscosity measurements using a microstructure, *Sensors and Actuators A*, 49 (1995) 103-108.
- [ATS 02] T. Atsushi, Brevet japonais JP 2002-262584, Leben Co Ltd, sept. 2002.
- [BAD 06] A. Badel, D. Guyomar, E. Lefeuvre and C. Richard, Piezoelectric Energy Harvesting using a Synchronized Switch Technique, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17, (2006) 831-839.
- [BEE 04] S. P. Beeby, M. J. Tudor and N. M. White, Energy harvesting vibration sources for microsystems applications, *Meas. Sci. Technol.*, 17 (2006) R175–R195
- [BLO 92] F.R. Blom, S. Bouwstra, M. Elwenspoek, J.H.J. Fluitman, Dependence of the quality factor of micromachined silicon beam resonators on pressure and geometry, *J. Vac. Sci. Techol.*, 10 (1992) 19-26.
- [BOG 61] Bogoliubov, N.N. and Yu.A. Mitropolski (1961) Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations, New-York, Gordon-Breach.
- [BOI] J. F. Boisseau et B. Garnier, Vibrations des structures industrielles, *techniques de l'ingénieur*, BR 2 510.
- [BRI 05] B. Ait Brik, Méthodologies de conception robuste et d'optimisation dans un contexte de conception d'architectures mécaniques nouvelles en avant projet, thesis, Institute FEMTO: Laboratoire de Mécanique Appliquée, Univ. de Franche Comté, 2005.
- [CAV 05] B. Cavallier, H. Noura, E. Foltête, L. Hirsinger and S. Ballandras, Energy storage capacity of vibrating structure: Application to a shock system, *Symposium on Design Testing Integration and Packaging of MEMS & MOEMS (DTIP)*, Switzerland, (2005) 391-393.

- [CAV 05] B. Cavallier, P. Berthelot, H. Nouria, E. Foltête, L. Hirsinger and S. Ballandras, Energy Harvesting using vibrating structure excited by shock, *IEEE Ultrasonics Symposium*, 2 (2005) 943-945.
- [CAV 07] B. Cavallier, H. Nouria, P. Berthelot, E. Foltête, L. Hirsinger and S. Ballandras, Energy Harvesting using vibrating structure excited by shock, *IEEE Ultrasonics Symposium*, (2007) 1602-1604.
- [CHA 99] A. Chandrakasan, R. Amirtharajah, S. Cho, J. Goodman, G. Konduri, J. Kulik, W. Rabiner and A. Wang, Design considerations for distributed microsenors systems, *IEEE Custom Integrated Circuits Conf.*, San Diego, Californie, USA, (1999) 16-19.
- [CHA 01] J. Charley, Dynamique de structures complexes hydroacoustique et couplage fluide-structure, Habilitation à diriger des recherches, Université des Sciences et Techniques de Lille, 2001.
- [CHI 01] N.N.H. Ching and H.Y. Wong, a laser-micromachined multi-modal resonating power transducer for wireless sensing systems, *Sensors and actuators*, (2001) 685-690.
- [CHO 93] Y. Cho, A.P. Pisano and R.T. Howe, Viscous damping model for laterally oscillating microstructures, *IEEE, J. Microelectromech*, 3 (1993) 81-87.
- [COU 06] E. Courjon, N. Bodin, G. Lengaigne, L. Gauthier-Manuel, W. Daniau, S. Ballandras, P. Paruch, J. Triscone, and J. Hauden, Fabrication of periodically poled domains transducers on LiNbO<sub>3</sub>, *International Frequency Control Symposium and Exposition IEEE*, (2006), 831-834
- [CRA 90] E.F. Crawley, E.H.J. Anderson, Detailed Models of Piezoceramic Actuation of Beams, *Intell Mater Syst. And Struct*, 1 (1990) 04-25.
- [CSA 01] G. Csaba, Modelling microslip friction damping and influence on turbine blade vibrations. Thèse de doctorat, Departement of Mechanical Engineering, Univ. of Linkoping, Sweden, 1998.
- [DAH 76] P.R. Dahl, Solid friction damping of mechanical vibrations, *AIAA Journal*, 14 (1976) 1675-1682.
- [DAK 06] R. Dakhlaoui, A. Baczmański, C. Braham, S. Wroński, K. Wierzbanski and E.C. Oliver, Effect of residual stresses on individual phase mechanical properties of austeno-ferritic duplex stainless steel, *Acta Materialia*, 54, (2006) 5027-5039.
- [DAK 07] R. Dakhlaoui, C. Braham and A. Baczmański, Mechanical properties of phases in austeno-ferritic duplex stainless steel—Surface stresses studied by X-ray diffraction, *Materials Science and Engineering: A*, 444, (2007) 6-17,

- [DIM 03] R.S. Dimatteo, P. Greiff, S.L. Finberg, K.A Young-Whaite, H.K.H. Choy, M.M. Masaki and C.G. Fonstad, Micron-gap thermophotovoltaics (MPTV), *MIT, 5<sup>th</sup> conference on Thermophotovoltaic Generation electricity*, (2003) 232-240.
- [DOU 03] T. Douseki, Y. Yoshida, F. Utsunomiya, N. Itoh and N. Hama, A Batteryless wireless system uses ambient heat with a reversible-powersource compatible CMOS/SOI DC-DC converter, *IEEE International Solid-State Circuits conference*, 1 (2003) 388-398.
- [DUN 04] D.Graham-Rowe, Self-sustaining killer robot create a stink, University of Bristol, New scientist, 2004.
- [EST 00] J. Estban and C.A. Rogers, Energy dissipation through joints: theory and experiments, *Computers and Structures*, 75 (2000) 347-359.
- [EST 04] P. Estocq, Une approche méthodologique numérique et expérimentale d'aide à la détection et au suivi vibratoire de défauts d'écaillage de roulements à billes, Thèse de doctorat Université de Reims Champagne Ardenne, 2004.
- [FRA 01] H. Frayssignes, Etude des effets non linéaires et des pertes dans les moteurs ultrasonores, Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2001.
- [FUN 98] T. Funasaka, M. Furuhashi, Y. Hashimoto et K. Nakamura, Piezoelectric generator using a LiNbO<sub>3</sub> plate with an inverted domain, *Ultrasonics Symp.*, (1998) 959-962.
- [GAU 97] L. Gaul, J. Lenz, Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints. *Acta Mechanica*, 125 (1997) 169-181.
- [GER 96] M. Géradin et D. Rixen, Théorie des vibrations: application à la dynamique des structures, Edition Paris, 1996.
- [GHA 03] S. Ghamaty, J.C. Bass and N.B. Elsner, Quantum well thermoelectric devices and application, *Hi-Z Technology, 22<sup>th</sup> International conference on Thermoelectrics*, (2003) 563-566.
- [GLO 99] H. Glosch, M. Ashauer, U. Pfeiffer and W. Lang, A thermoelectric converter for energy supply, *Sensors and Actuators*, 74 (1999) 246-250.
- [GNI 05] P.B. Gning, M. Tarfaoui, F. Collombet, L. Riou, P. Davies, Damage development in thick composite tubes under impact loading and influence on implosion pressure: experimental observations, *Composites: Part B*, 36 (2005) 306-318.
- [GOL 89] D. E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, *Kluwer Academic Publishers*, Boston, MA. (1989).
- [GON 92] P. Gonnard, « Moteurs piézoélectriques ultrasonores et actionneurs », Rapport technique, INSA de Lyon, 1991-1992, note de cours.
- [GON 02] J.L. Gonzalez, A. Rubio and F. Moll, Human powered piezoelectric batteries to supply

power to wearable electronic devices, *International Journal of the Society of Materials Engineering for Resources*, 10 (2002) 34-40.

- [GOO 56] L.E. Goodman, J.H. Klumpp, Analysis of slip damping with reference to turbine-blade vibration, *Journal of Applied Mechanics*, (1956) 421-429.
- [GRE 07] G. Gregori, L. Li, J. A. Nychka, D. R. Clarke, Vibration damping of superalloys and thermal barrier coatings at high-temperatures, *Materials Science and Engineering A*, (2007) 256-264
- [GUO 02] D. Guo, K. Cai, C. Nan, L. T. Li, Z. L. Gelcasting based solid freeform fabrication of piezoelectric ceramic objects, *Scripta Materialia* 47 (2002) 383-387
- [GUY 05] D. Guyomar, A. Badel, E. Lefeuvre, C. Richard, Toward energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferr. and Freq. Control*, 52 (2005) 584-595.
- [GUY 00] D. Guyomar, C. Richard, D. Audigier and G. Ching, Low Consumption Damping of Planar Structures, *IEEE-ISAF Symposium – Honolulu*, pp.761-764, August 2000.
- [GUZ 04] P.L. Guzzo, A.H. Shinohara and A.A. Raslan, A comparative study on ultrasonic machining of hard and brittle materials, *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* 26 (2004) 56-61.
- [HAR 03] N.P. Harder and M.A. Green, Thermophotonics, Univ. of New South Wales, Sydney, Australia, Semiconductor-science-and- Technology, 2003.
- [HEA 03] A. Hera, Z. Hou, Wavelet approach for damage detection using experimental data of ASCE benchmark study. *16<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference*, Univ. of Washington, Seattle, USA, 2003.
- [HEL 02] A. Heller, Implantable biofuel cell electrodes, Texas Univ. at Austin, *Final report I*, Report number: A277304, 2002.
- [HEL 03] L. Heller, E. Foltête, J. Piranda, Identification de l'amortissement dans les structures assemblées, *2<sup>ème</sup> colloque d'analyse vibratoire expérimentale*, Blois, France, 2003.
- [HEL 05] L. Heller, Amortissement dans les structures assemblées, Thèse de doctorat, Institute FEMTO: Laboratoire de Mécanique Appliquée, Univ. de Franche Comté, 2005.
- [HIE 74] G.M. Heiber and W. Tustin, Understanding and measuring the shock response spectrum (Part 1), *Sound and Vibration*, (1974) 42-49.
- [HIE 75] G.M. Heiber and W. Tustin, Understanding and measuring the shock response spectrum (Part 2), *Sound and Vibration*, (1975) 50-54.
- [HIR 05] L. Hirsinger, H. Nouria, L. Heller, E. Foltête, Besançon ; S. Ballandras, B. Cavallier, M. D. Labachellerie, S. Basrour, B. Charlot, M. Marzencki et Y. Ammar, Microconvertisseur d'énergie mécano-électrique, Aix-les-Bains, France, *5<sup>ème</sup> Colloque Energie organisé par*

*le Programme Interdisciplinaire Energie du CNRS en relation avec le Ministère de la Recherche et la DGA), 2-3 novembre 2005.*

- [HOL 92] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, Cambridge, MA: MIT Press/Bradford Books, (1992).
- [HOS 95] H. Hosaka, K. Itao, S. Kuroda, Damping characteristics of beam-shaped micro-oscillators, *Sensors and Actuators A*, 49 (1995) 87-95.
- [HUS 70] R. L. Huston, Krylov-Bogoljubov Method for Difference Equations, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 19 (1970) 334-339.
- [IEEE 87] IEEE Standard on Piezoelectricity, *ANSI/IEEE*, Std 176, 1987, 54.
- [IKE 90] T. Ikeda, *Fundamentals of piezoelectricity*, Oxford University Press, Oxford, 1990.
- [IWA 67] W.D. Iwan, On a class of models of the yielding behavior of continuous and composite systems, *Journal of applied Mechanics*, (1967) 612-617.
- [JON 02] M. Jones, T. Martin and Z. Nakad, A service backplane for e-textile applications, Workshop on Modeling, Analysis and Middleware Support for Electronic Textiles (MAMSET), (2002) 15-22.
- [KAH 98] J.-P. Kahane, Lemarie-Rieusset and P. Gilles, *Séries de Fourier et ondelettes*. Cassini, 1998.
- [KAH 08] M.C. Kao, H.Z. Chen, S.L. Young, Ferroelectric properties and leakage current mechanisms of Bi<sub>3.25</sub>La<sub>0.75</sub>Ti<sub>3</sub>O<sub>12</sub>, thin films with a-axis preferred orientation prepared by sol-gel method, *Materials Letters*, 62 (2008) 629-632
- [KAS 02] A. Kasyap, S. Horowitz, J.S. Lim, K. Ngo, A. Kurdila, T. Nishida, M. Sheplak and L. Cattafesta, Energy Reclamation from a Vibrating Piezoceramic Composite Beam, 9th International Congress on Sound and Vibration (ICSV9), Orlando, USA, 8-11 (2002).
- [KEA 03] C. Keawboonchuay and T.G. Engel, Electrical power generation characteristics of piezoelectric generator under quasi static and dynamic stress condition, *IEEE Trans. on Ultrason, Ferroelect. and Freq. Control*, 50 (2003) 1377-1382.
- [KES 01] H.R Kess, N.J. Rosnow and B.C.Sidle, Effects of bearing surfaces on lap joint energy dissipation. Rapport technique, Departement of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA, 2001.
- [KEY 02] A.C Keys, L.P. Rees and A.G. Greenwood, Performance measures for selection of metamodels to be used in simulation optimization, *Decis. Sci.* 33 (2002) 31-57.
- [KIN 87] G.S. Kino, *Acoustic Waves: devices, imaging, and analog signal processing*, Prentice-Hall, Inc., Englewood cliffs, New Jersey, 1987.

- [KOK 84] K. Kokubum, M. Hiata, H. Murakami, Y.Toda and M. Ono, A bending and stretching mode crystal oscillator as a friction vacuum gauge, *vacuum*, 34 (1984) 731-735.
- [KRI 02] A.Kribus, A high efficiency triple cycle for solar power generation, Weizmann inst. of Sci., Rehovot, Israel. *Solar Energy*, 72 (2002) 1-11.
- [KUM 97] P. Kumar and E. Foufoula-Georgiou, Wavelet analysis for geophysical applications, *R. Geophysics*, 35 (1997) 385-412.
- [LAH 02] K. Lahiri, A. Raghunathan, S. Dey and D. Panigrahi, Battery-driven system design: a new frontier in low power design, *Proc International Conference on VLSI Design*, Bangalore, India, January 2002.
- [LAL 99] C. Lalanne, Chocs mécaniques, Tome 2, Paris, France, 1999.
- [LAR 04] J. Lardies, M.N. Ta and M. Berthillier, Modal parameter estimation based on the wavelet transform of output data, *Archive of Applied Mechanics*, 73 (2004) 718-733.
- [LEF 04] E. Lefeuvre , A. Badel, C. Richard, D. Guyomar, High-performance piezoelectric vibration energy reclamation, *Smart Structures and Materials*, (2004) 379-387.
- [LEF 06] E. Lefeuvre , A. Badel, C. Richard, L. Petit, D. Guyomar, A comparison between several vibration-powered piezoelectric generators for standalone systems, *Sensors and Actuators A*, 126 (2006) 405 – 416.
- [LEF 06] E. Lefeuvre , A. Badel, L. Petit, C. Richard, D. Guyomar, Semi-passive Piezoelectric Structural Damping by Synchronized Switching on Voltage Sources, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17 (2006) 653-660.
- [LEM 01] J. Lemaitre, Handbook of materials behavior models. Academic Press, 2001.
- [LER 90] R. Lerch, Simulation of piezoelectric devices by two- and three-dimensional finite elements, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 37 (1990) 233–247.
- [LES 04] G.A. Lesieutre, G.K. Ottman, and H.F. Hofmann, Damping as a result of piezoelectric energy harvesting, *Journal of sounds and vibration*, 269 (2004) 991-1001.
- [LIF 00] R. Lifshitz and M.L. Roukes, Thermoelastic damping in micro- and nanomechanical systems, *Physical Review B*, 61 (2000) 5600-5609.
- [LIN 03] F. Lin, J. Chen and M. Li, Wavelet analysis of rotor tip disturbances in an axial flow compressor. Rapport technique, Applied Research Center Indiana Institute of Technology, Fort Wayne, USA, Institute of Engineering Therlophysics Chinese Academy of Sciences, Beujingn, China, 2003.
- [LOY 97] M. Loyau, P. Weinachter, E. Rebillard and J.L. Guyader, Experimental study of vibration response dispersion between structures, *Journal of sound and vibration*, 203 (1997) 894-898.

- [MAL 02] M. Malhis, Contrôle actif modal flou des rotors flexibles par plan d'action piézoélectrique, Thèse de doctorat, INSA-Lyon, 2002.
- [MAL 00] S. Mallat, Une exploitation des signaux en ondelettes, Paris, France, juillet 2000.
- [MAK 01] V.P. Makhiiy and M.V. Demych, Properties of photoconverters with active layer of cadmium telluride containing an isovalent impurity of oxygen, *Telecommunications and Radio Engineering*, 55 (2001) 73-75.
- [MAM 07] D. Mammosser, E. Foltete and M. Collet, Scavenging energy from a vibrating beam using an electromagnetic transducer, *12th IFToMM World Congress*, Besançon (France), June 18-21, 2007.
- [MAR 01] M. Martarelli, G.M. Revel and C. Santolini, Automated modal analysis by scanning laser vibrometry: Problem and uncertainties associated with the scanning system calibration, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 15 (2001) 581-601.
- [MAR 06] M. Marzencki and S. Basrour, Enhanced Models For Power Output Prediction From Resonant Piezoelectric MicroPower Generators, *Euroensors XX*, Göteborg, Sweden, 130-131, September 17-20, 2006.
- [MAS 50] W. P. Mason, Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics, New York, Van Nostrand, 1950.
- [MAT 02] K. Matsubara, Development of a high efficient thermoelectric Stack for a waste exhaust heat recovery of vehicles, *Proc 21st International Conference on Thermoelectrics- Long Beach*, (CA) USA 418, 2002.
- [MEN 01] S. Meninger, J.O. Mur-Miranda, R. Amirtharajah, A. Chandrakasan and J.H. Lang, Vibration-to-electric energy conversion, *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 9 (2001) 64-76.
- [MIA 02] P. Miao, A.S. Holmes, E.M. Yeatman and T.C. Green, Micro-Mechined variable capacitors for power Generation, Imperial College, London, 2002.
- [MIT 01] Mitra, S.K., Digital Signal Processing, 2nd ed, McGraw-Hill, 2001.
- [MIZ 03] M. Mizuno and D.G. Chetwynd, Investigation of a resonance Microgenerator, *J. Micromech. Microeng.* 13 (2003) 209-216.
- [MOI 06] J. M. S. Moita, V. M. F. Correia, P. G. Martins, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, Optimal design in vibration control of adaptive structures using a simulated annealing algorithm, *Composite Structures*, 75 (2006) 79-87.
- [MOL 00] F. Moll and A. Rubio, An approach to the analysis of wearable body-powered systems, *7<sup>th</sup> Internat. Conf. on Mixed Design of Integrated Circuits and Systems (MIXDES 2000)*, Gdynia, Pologne, (2000) 15-17.

- [NEI 01] N.H.C Neil and H.Y Wong, a laser-micromachined multi-modal resonating power transducer for wireless sensing systems, *Sensors and actuators*, (2001) 685-690.
- [NOR 04] A.N. Norris and D.M. Photiadis, Thermoelastic relaxation in elastic structures, with applications to thin plates, Report, Mechanical and Aerospace Engineering, Naval Research Laboratory, USA, 2004.
- [NOU 05] H. Noura, L. Heller, E. Foltête and L. Hirsinger, Influence of air pressure on the micro-beam dynamics, *International Modal Analysis Conference (IMAC)*, St. Louis Missouri, USA, January –February, 2005.
- [NOU 06] H. Noura, E. Foltête, L. Hirsinger and S. Ballandras, Influence of air pressure on the micro-beam dynamics, *International Modal Analysis Conference (IMAC)*, Orlando, Florida, USA, 2006.
- [NOU 07] H. Noura, E. Foltête, L. Hirsinger and S. Ballandras, Etude des chocs mécaniques dans une application de récupération d'énergie (MEMS), *2<sup>ème</sup> congrès Internationale Modélisation et conception de systèmes mécaniques (CMSM)*, Tunisie, 2007.
- [NOU 07] H. Noura, E. Foltête, L. Hirsinger and S. Ballandras, Experimental and Modelling of Microsliding on Cantilever Quartz Beam, *IEEE Ultrasonic Symposium*, (2007) 195-199.
- [NOU 07] H. Noura, E. Foltête, L. Hirsinger and S. Ballandras, Investigation of the effects of air on the dynamic behavior of a small cantilever beam, *Journal of Sound and Vibration*, 305 (2007) 243-260.
- [OTT 02] G.K. Ottman, H.F. Hofmann, A.C. Bhatt and G.A. Lesieutre, Adaptive piezoelectric energy harvesting circuit for wireless remote power supply, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 17 (2002) 669-676.
- [PAN 99] S. D. Panteliou, T. G. Chondros and V.C. Argyrakis, Damping factor as an indicator of crack severity, *Journal of Sound and Vibration*, 241 (1999) 235-245.
- [PAR 01] J. A. Paradiso et M. Feldmeier, A compact, wireless, self-powered pushbutton controller, *Internat. Conf. on Ubiquitous Computing*, Atlanta GA, (2001) 299-304.
- [PAR 04] Y.M. Parulekar, K.N. Vaity, G.R. Reddy, K.K. Vaze, H.S. Kushwaha, Earthquake response of inelastic structures, *Nuclear Engineering and Design*, (2004) 185–193.
- [PET 03] L. PETIT, Conception d'un microgénérateur pour l'alimentation électrique des microsystèmes, Rapport de DEA Instrumentation et Microélectronique, Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg, 2003.
- [PIE 01] V. Piefort, Finite Element Modelling of Piezoelectric Active Structures, Ph.D. thesis, 2001, Université Libre de Bruxelles, Brussels, Belgium.
- [PIR] J. Piranda, Analyse modale expérimentale, *techniques de l'ingénieur, traité mesures et*



*contrôle*, R6180.

- [POI 82] A. J. Pointon, B.Sc., Ph.D., C.Eng. F. Inst. P, M.I.E.E, *IEE PROC*, 129, (1982) No. 5
- [POU 04] G. Poulin, Contribution au developpement d'un générateur piézoélectrique pour application nomade, Université Paris XI Orsay, 2004.
- [QIU 99] J. Qiu, An Electrothermally-Actuated Bistable MEMS Relay for Power Applications, Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, June 2003.
- [RAO 86] S.S. Rao, Mechanical Vibrations. Addison-Wesley Publishing Company. 1986.
- [REI 01] C.E. Reimers, L.M. Tender, S. Fertig and W. Wang, Harvsesting energy from the marine sediment-water interface, Oregon State Universiry & Naval Research Laboratory, Environ. Sci. Techol., 35 (2001) 192-195.
- [ROM 05] L.C. Rome, L. Flynn, E.M. Goldman and T.D. Yoo, Generating Electricity While Walking with Loads, *Science*, 309 (2005) 1725-1727.
- [ROU 03] S. Roundy, P.K. Wright, and J.M. Rabaey, A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes, *Computer Communications*, 26 (2003) 1131-1144.
- [RIC 99] C. Richard, D. Guyomar, D. Audigier and G. Ching, Semi passive damping using continuous switching of a piezoelectric device, *Proc. SPIE Smart Structure and Materials. Conf., Passive Damping and Isolation*, San Diego, Vol. 3672, pp. 104, 1999.
- [RIZ 99] N. Rizet, Controle actif de vibrations utilisant des matériaux piézoélectriques, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1999.
- [RUZ 97] M. Ruzzene, A. Fasana, L. Garibaldi and B. Piombo, Natural frequencies and dampings identification using wavelet transform: application to real data, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 11 (1997) 207-218.
- [SAV 06] G. Savelli, M. Plissonnier, J. Babler, C. Salvi and J.M. Fournier, Energy conversion using new thermoelectric generator, *Symposium on Design, Test, Integration and Packaging of MEMS/MOEMS -DTIP'06*, Lago Maggiore, Italy, 354-358, 2006.
- [SAD 99] D. R. Sadoway and A. M. Mayes, portable power advanced rechargeable lithium batteries, Material Research Society (MRS) bulletin, (2002) 590-596.
- [SCH 99] M. Schatzman, C. H. Lamarque and J. Bastien, An ill-posed mechanical problem with friction, *Eur. J. Mech. A/Solids*, 18 (1999) 415-420.
- [SHE 99] N.S. Shenck, A demonstration of useful electric energy generation from piezoceramics in a shoe, Thèse de doctorat, MIT, 1999.
- [SHE 01] N.S. Shenck and J.A. Paradiso, Energy scavenging with shoe-mounted piezoelectrics, *IEEE Micro*, 21 (2001) 30-42.

- [SIN 07] R. Singh and J.S. Khamba, Investigation for ultrasonic machining of titanium and its alloys, *Journal of Materials Processing Technology*, 183 (2007) 363-367.
- [SLA 03] J. Slavic, I. Simonovski and M. Boltezar, Damping identification using a continuous wavelet transform: application to real data, *Journal of Sound and Vibration*, 262 (2003) 291-307.
- [SMI 91] J.G. Smits, S.I. Dalke and T.K. Cooney, The constituent equations of piezoelectric bimorphs, *Sensors and Actuators A*, 28 (1991) 41-61.
- [SON 04] Y. Song, C.J. Hartwigsen, D.M. McFarland, A.F. Vakakis, Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements, *Journal of Sound and Vibration*, 2004.
- [SRI 02] V. T. Srikar and S. D. Senturia, Thermoelastic damping in fine-grained polysilicon flexural beam resonators, *Journal of Microelectromechanical System*, 11 (2002) 499-504.
- [STA 90] J. B. Starr, Squeeze-film damping in solid-state accelerometers, Tech Digest, *IEEE solid-State Sensors and Actuators Workshop*, Hilton Head Island, SC, USA, (1990) 44-47.
- [SW-PAG] Site internet : <http://pagesperso-orange.fr/badkiller.alex/Bibliographie.htm>
- [SW-SEI] site web : Seiko, [http://www.sii.co.jp/info/eg/thermic\\_main.html](http://www.sii.co.jp/info/eg/thermic_main.html).
- [SW-TEC] Site internet : <http://www.techno-science.net>
- [SW-TES] Site internet : <http://www.theelectricshoeco.com>
- [SW-WIK] Site internet: <http://www.wikipedia.org>
- [TA 05] Minh-Nghi Ta and Joseph Lardiès, Identification of weak nonlinearities on damping and stiffness by the continuous wavelet transform, *Journal of Sound and Vibration*, 293 (2006) 16-37
- [TER 88] T. Teresawa, Y. Kawamura, K. Sato, and S. Tanaka, Pressure dependent dynamic characteristics of miniature silicon oscillator, *Bull. Jpn. Soc. Precision Eng.*, 22 (1988) 49-54.
- [THO 65] W.T. Thomson, *Vibration Theory and Applications*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1965.
- [TIE 67] H. F. Tiersten, 1967, Hamilton's principle for linear piezoelectric media, *IEEE Proceedings*, (1967) 1523-1524.
- [TOU 99] A. Toufine, J.J. Barrau and M. Berthillier, Dynamic study of a structure with flexion-torsion coupling in the presence of dry friction, *Nonlinear Dynamic*, 18 (1999) 321-337.

- [TUR 02] S. Turri, D. Miller, H. Ben Ahmed, B. Multon, Design of an electro-mechanical portable system using the natural movements of human body for electricity generation, 11<sup>th</sup> EPE Conference, Toulouse, France, 2003.
- [TZO 90] H. S. Tzou and C. I. Tseng, Distributed piezoelectric sensor/actuator design for dynamic measurement/control of distributed parameter systems: a piezoelectric finite element approach, *Journal of Sound and Vibration*, 138 (1990) 17–34.
- [UCH 00] Uchino, K., 2000, *Ferroelectric Devices*, Marcel Dekker inc., New-York.
- [VAN 74] van Randeraat, J. & Setterington, R., editors, 1974, *Piezoelectric Ceramics*, Mullard Ltd, London, UK, 2nd edn.
- [VAS 03] D. Vasic, Apports des matériaux piézoélectriques pour l'intégration hybride et monolithiques des transformateurs, Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, (2003) 44.
- [WHI 01] N.M. White, P. Glynn-Jones and S.P. Beeby, A novel thick piezoelectric microgenerator, *Smart Materials and Structures*, 10 (2001) 850-852.
- [WIL 96] C.B. Williams and R.B. Yates, Analysis of a micro-electric generator for microsystems, *Sensors and Actuators A*, 52 (1996) 8-11.
- [YIN 92] R. Ying, The analysis and identification of friction joint parameters in the dynamic response of structures. Thèse de doctorat, Departement of Mechanical Engineering, Imperial College, London, U.K, 1992.
- [ZAN 92] L. Zang, D. Cho, H. Shiraishi and W. Timmer, squeeze film damping in microelectromechanical systems, *Proc. ASME Winter Annual Meeting, Dynamic Systems, Measurement and control*, 40 (1992) 149-160.
- [ZHA 07] H.L. Zhang, J. F Li, B. P. Zhang, Microstructure and electrical properties of porous PZT ceramics derived from different pore-forming agents, *Acta Materialia*, 55 (2007) 171-181.



# ANNEXES

# ANNEXE I : QUELQUES PROPRIETES DES MATERIAUX CONSTITUANT LES PETITES POUTRES

## Le silicium

Le silicium est un matériau semi-conducteur de structure cubique à face centrée. Sa masse volumique est de  $2330 \text{ Kg.m}^{-3}$  à  $20^\circ\text{C}$  et sa température de fusion est de  $1415^\circ\text{C}$ . Ses constantes élastiques  $C_{ij}$  en  $\text{Pa}$  et ses constantes diélectriques  $\varepsilon_{ij}$  en  $\text{F.m}^{-1}$  ont les valeurs suivantes dans un repère dont les axes sont parallèles aux arêtes de la structure cubique :

$$C_{ij} = 10^{11} \times \begin{pmatrix} 1,660 & 0,639 & 0,639 & 0 & 0 & 0 \\ 0,639 & 1,660 & 0,639 & 0 & 0 & 0 \\ 0,639 & 0,639 & 1,660 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,796 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,796 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,796 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{ij} = 10^{-11} \times \begin{pmatrix} 11,8 & 0 & 0 \\ 0 & 11,8 & 0 \\ 0 & 0 & 11,8 \end{pmatrix}$$

## Le niobate de lithium

Le Niobate de lithium est l'un des matériaux ferroélectriques les plus couramment utilisés. Ce matériau est opaque avec une structure hexagonale. Il est bien connu pour ces excellentes propriétés piézoélectriques et sa forte non-linéarité optique. Sa masse volumique est de  $4628 \text{ Kg.m}^{-3}$  à  $20^\circ\text{C}$ . Sa température de Curie est de  $1200^\circ\text{C}$  et sa température de fusion est de  $1665^\circ\text{C}$ . Son coefficient de couplage électromécanique  $k_{33}$  est égal à 0,60. Ses constantes élastiques  $C_{ij}$  en  $\text{Pa}$ , ses constantes diélectriques  $\varepsilon_{ij}$  en  $\text{F.m}^{-1}$  et ses constantes piézoélectriques  $e_{ij}$  en  $\text{C.m}^{-2}$  ont pour valeur dans le repère habituel dont l'axe  $z$  est le 3<sup>e</sup> vecteur de base :

$$C_{ij} = 10^{10} \times \begin{pmatrix} 19,839 & 5,472 & 6,513 & 0,788 & 0 & 0 \\ 5,472 & 19,839 & 6,513 & -0,788 & 0 & 0 \\ 6,513 & 6,513 & 22,791 & 0 & 0 & 0 \\ 0,788 & -0,788 & 0 & 5,965 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5,965 & 0,788 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,788 & 0,71835 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{ij} = 10^{-11} \times \begin{pmatrix} 40,32 & 0 & 0 \\ 0 & 40,32 & 0 \\ 0 & 0 & 23,25 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad e_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 3,690 & -2,420 \\ -2,420 & 2,420 & 0 & 3,690 & 0 & 0 \\ 0,300 & 0,300 & 1,770 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### Le quartz

Le quartz figure parmi les matériaux piézoélectriques couramment utilisés. La masse volumique de ce matériau de structure trigonal 32 est de  $2650 \text{ Kg.m}^{-3}$  à  $20^\circ \text{C}$ , sa température de Curie est de  $575^\circ \text{C}$  et sa température de fusion est de  $1663^\circ \text{C}$ . Le coefficient de couplage électromécanique  $k_{33}$  est égal à 0,05. Ses constantes élastiques  $C_{ij}$  en  $\text{Pa}$ , ses constantes diélectriques  $\varepsilon_{ij}$  en  $\text{F.m}^{-1}$  et ses constantes piézoélectriques  $e_{ij}$  en  $\text{C.m}^{-2}$  ont pour expression dans le repère habituel dont l'axe  $z$  est le 3<sup>e</sup> vecteur de base :

$$C_{ij} = 10^9 \times \begin{pmatrix} 86,740 & 7,000 & 11,910 & -17,910 & 0 & 0 \\ 7,000 & 86,740 & 11,910 & 17,910 & 0 & 0 \\ 11,910 & 11,910 & 107,200 & 0 & 0 & 0 \\ -17,910 & 17,910 & 0 & 57,940 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 57,940 & -17,910 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -17,910 & 39,870 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{ij} = 10^{-11} \times \begin{pmatrix} 3,92 & 0 & 0 \\ 0 & 3,92 & 0 \\ 0 & 0 & 4,10 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad e_{ij} = \begin{pmatrix} 0,171 & -0,171 & 0 & -0,0406 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0406 & -0,171 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## ANNEXE II : DESCRIPTION DE LA TECHNIQUE D'IDENTIFICATION DES PARAMETRES MODAUX A L'AIDE DU LOGICIEL "MODAN" DEVELOPPE AU LMARC

Dans le cas d'un système dynamique d'amortissement quelconque, la réponse forcée d'un système dissipatif peut s'exprimer comme la somme des contributions de chaque mode de vibration du système [PIR]. La réponse forcée s'écrit alors en fonction des pulsations propres complexes  $s_v$  et des déformées propres complexes ( $Y_v$ ) sous la forme suivante :

$$Y(\omega) = \sum_{v=1}^N \frac{t_v}{j\omega - s_v} + \sum_{v=1}^N \frac{\bar{t}_v}{j\omega - \bar{s}_v} \quad (Eq. AII.1)$$

avec  $t_v = {}_dY_v^T Y_v F(\omega)$ . Dans le cas de l'amortissement modal (le cas particulier correspondant à la matrice d'amortissement généralisé diagonale : hypothèse de Basile (Cette hypothèse permet de retenir les termes d'amortissement diagonaux de la matrice d'amortissement. Elle est validée si la séparation des modes en fréquence est satisfaisante [EST 04, CHA 01 et RIZ 99])), la partie imaginaire de la pulsation propre complexe  $s_v$  est égale à la pulsation propre non amortie correspondante. La partie réelle est liée au terme diagonal de la matrice d'amortissement généralisé  $\beta_v$  relatif au mode considéré. La pulsation propre complexe s'écrit de la manière suivante :

$$s_v = -\frac{\beta_v}{2} + j\hat{\omega}_v = -a_v\hat{\omega}_v + j\hat{\omega}_v \quad (Eq. AII.2)$$

Le coefficient d'amortissement réduit  $a_v$  relatif au mode  $v$  est défini par  $a_v = \beta_v / 2\hat{\omega}_v$  et les pulsations propres amorties  $\hat{\omega}_v$  sont liées aux pulsations propres réelles  $\omega_v$  par l'expression suivante :  $\hat{\omega}_v = \omega_v \sqrt{1 - a_v^2}$ .

### Principe

L'idée générale est de construire un modèle mathématique constitué des valeurs et vecteurs propres complexes ( $S_v, {}_dY_v$ ) du système dissipatif, tel que les réponses calculées par ce modèle se superposent au mieux aux réponses mesurées. Les réponses théoriques sont obtenues en appliquant la formule classique de superposition modale :

$$Z(\omega) = \sum_{v=1}^n \frac{{}_dY_v {}_dY_v^T F(\omega)}{j\omega - S_v} + \sum_{v=1}^n \frac{\bar{{}_dY}_v \bar{{}_dY}_v^T F(\omega)}{j\omega - \bar{S}_v} \quad (Eq. AII.3)$$



Les inconnues à identifier sont alors les suivantes :

- Le nombre de modes  $n$  présents dans la bande fréquentielle analysée.
- La valeur propre complexe  $S_v$  (ou la fréquence propre et le coefficient d'amortissement) associée à chacun de ces modes.
- Le vecteur propre complexe  ${}_dY_v$  associé à chacun de ces modes.

### Définition d'une fenêtre fréquentielle d'analyse

L'analyse modale s'effectue successivement pour chaque mode isolé ou chaque groupe de modes couplés. On définit dans un premier temps une fenêtre fréquentielle réduite contenant un mode isolé ou quelques modes couplés. La méthode d'identification fait appel à un calcul itératif. Il est nécessaire de fournir une valeur approchée de la fréquence du mode présent dans la bande choisie. Le choix des frontières gauche et droite de la fenêtre fréquentielle est relativement important. Il doit répondre à l'exigence suivante : la fenêtre sélectionnée doit contenir suffisamment d'informations pour permettre la convergence du processus itératif. Les frontières sont choisies en observant simultanément les courbes d'amplitude et de phase. La frontière gauche doit être sélectionnée au début de la « descente » de la courbe de phase, la frontière droite peut être choisie au même niveau que la frontière gauche sur la courbe d'amplitude ou à la fin de la « descente » de la phase.

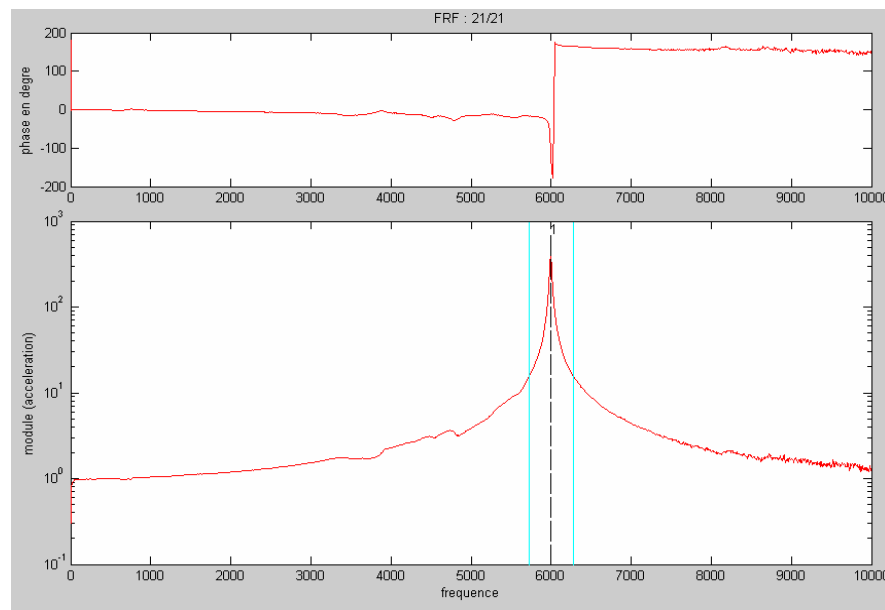


Fig.III.1 : Exemple de fenêtre fréquentielle et valeurs approchées des fréquences propres

### Identification

Dans la fenêtre fréquentielle choisie, on cherche à identifier une fonction qui représentera aux mieux les points mesurés. Cette fonction est basée sur une expression simplifiée de la superposition modale.

$$Z_q(\omega) = u_q + j\omega v_q + \sum_{v=1}^n \frac{{}_dY_v {}_dY_v^T F(\omega)}{j\omega - S_v} \quad (\text{Eq. AII.4})$$

La méthode mise en œuvre dans le logiciel Modan pour identifier ces paramètres se décompose en deux étapes appelées 1<sup>er</sup> passage et 2<sup>ème</sup> passage. La résolution d'un problème non linéaire par une méthode itérative conduit à l'estimation pour chaque capteur q des paramètres  $u_q$ ,  $S_v$ ,  $v_q$ , et  ${}_dY_v {}_dY_v^T F(\omega)$ . Or, on sait que la pulsation complexe  $S_v$  est une variable globale qui ne dépend pas du degré de liberté considéré. En pratique, on obtient un ensemble de valeurs plus ou moins proches, dont on ne retient que celles qui sont dans un certain intervalle de tolérance donné autour de la moyenne de toutes les valeurs. Le deuxième passage consiste à fixer une valeur unique pour la pulsation propre complexe  $S_v$  et à renouveler l'identification des paramètres locaux  $u_q$ ,  $v_q$  et  ${}_dY_v {}_dY_v^T F(\omega)$ . La valeur de  $S_v$  est fixée à la moyenne de l'ensemble des valeurs retenues à l'issue du premier passage. La nouvelle identification des paramètres locaux consiste en la résolution d'un système linéaire surdéterminé par une méthode des moindres carrés. Il reste ensuite à extraire le vecteur propre complexe  ${}_dY_v$  à partir du paramètre  ${}_dY_v {}_dY_v^T F(\omega)$ .

### Synthèse modale

Afin de valider l'identification des valeurs et vecteurs propres, on calcule une synthèse de la réponse fréquentielle à partir des modes identifiés. Cette réponse synthétisée s'écrit :

$$Z_s(\omega) = \sum_{v=1}^n \frac{{}_dY_v {}_dY_v^T F(\omega)}{j\omega - S_v} + \sum_{v=1}^n \frac{\overline{{}_dY_v} \overline{{}_dY_v}^T F(\omega)}{j\omega - \overline{S_v}} \quad (\text{Eq. AII.5})$$

S'affichent alors la FRF calculée, résultat de la superposition modale, et la fonction différence obtenue en effectuant la différence entre la mesure et le calcul. L'objectif final de l'identification est de superposer au mieux la FRF calculée sur la FRF mesurée, et de ne plus observer le pic dans la fonction différence.

# ANNEXE III : IDENTIFICATION MODALE NON LINEAIRE BASEE SUR LA TRANSFORMEE EN ONDELETTES

## Transformée en ondelettes

L'analyse de Fourier est l'un des outils les plus puissants développés par les mathématiciens. Néanmoins, elle s'avère parfois difficile à mettre en oeuvre pour la description de fonctions ou signaux couramment rencontrés. Cette méthode d'analyse s'avère particulièrement efficace quand le spectre fréquentiel du signal analysé est invariant par translation temporelle (signal stationnaire). Dans le cas d'un signal non-stationnaire, cette méthode d'analyse devient très limitée dans le domaine fréquentiel. Ces limites apparentes de la transformée de Fourier sont liées au support du noyau de la transformée. Ce noyau est constitué des fonctions trigonométriques dont le support est infini. L'information fréquentielle portée par ces fonctions trigonométriques n'est donc pas localisée en temps et le spectre fréquentiel possède toutes les fréquences contenues dans le signal sur une durée infinie. Par conséquent, il est préférable d'utiliser une représentation temps-fréquence qui fournira une caractérisation plus complète du signal. L'espace temps-fréquence permet de donner une description à la fois temporaire et fréquentielle des signaux étudiés. La précision de cette description est limitée par l'inégalité de Heisenberg  $\Delta t \Delta \omega \geq 1/2$  avec  $\Delta t$  et  $\Delta \omega$  respectivement les écarts types de la fonction en temps et en fréquence. Cette inégalité montre qu'il n'est pas possible de décrire une fonction avec une précision infinie en temps et en fréquences. Les différentes approches de la représentation temps-fréquence sont plus ou moins adaptées aux différents types de problématiques.

En dynamique des structures, la transformée en ondelettes se révèle la méthode la mieux adaptée à l'analyse temps-fréquence [MAL 00 et RUZ 97]. Elle peut être expliquée par analogie avec la transformée de Fourier. Dans les deux cas, le signal considéré est représenté par une combinaison linéaire de fonctions de base. Comme mentionné précédemment en ce qui concerne la transformée de Fourier, les fonctions de base sont des fonctions trigonométriques couvrant tout l'intervalle de temps considéré, plus ou moins dilatées par un paramètre fréquentiel. Pour la transformée en ondelettes, les fonctions de base sont déduites d'une fonction de référence appelée ondelette mère bien localisée dans l'espace temps-fréquence. L'ondelette mère habituellement choisie dépend de la nature de l'application traitée et du type des signaux analysés. Elle peut être réelle ou complexe et définie de telle qu'elle soit localisée en temps ou en fréquence. Vu que notre travail concerne des signaux oscillants bien localisés en fréquence, il est nécessaire de choisir une ondelette elle-même bien localisée en fréquence. La fonction de Morlet récemment modifiée [LAR 04] est l'une des ondelettes les mieux appropriées à ce type

de signaux. Il s'agit d'une fonction complexe définie dans le domaine temporel (Eq. AIII.1) et le domaine fréquentiel (Eq. AIII.2).

$$\chi(t) = \left( e^{i2\pi F_0 t} \right) e^{-t^2/N} \quad (\text{Eq. AIII.1})$$

$$\hat{\chi}(\omega) = e^{N\pi^2(F - F_0)^2} \quad (\text{Eq. AIII.2})$$

Dans la suite de nos développements, le symbole (^) désigne la transformée de Fourier  $F_{x(t)}$  d'une fonction  $x(t)$  ( $\hat{F}$  est la fonction mathématique associée à cette transformation) définie par l'équation suivante (Eq. AIII.3) :

$$F_{x(t)} = F(x(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi F_0 t} dt = \hat{x}(\omega) \quad (\text{Eq. AIII.3})$$

avec  $F_0$  la fréquence de l'ondelette et  $N$  le paramètre qui commande sa forme ( $N > 0$ ). En pratique, le facteur  $N$  doit être supérieur à la valeur de 5 afin que la fonction de Morelet modifiée soit conforme aux conditions d'admissibilités (Eq. AIII.4) [MAL 00]. Ce paramètre  $N$  est choisi de telle façon que la transformée en ondelettes résulte en une représentation temps-fréquence du signal la plus lisible possible. La notion d'entropie est employée, dont la définition de base est relative à la mesure du désordre. L'entropie la plus utilisée est celle de Shannon définie comme la mesure statistique de la quantité d'information contenue dans le signal échantillonné. Elle représente le moyen le plus utilisé pour chercher la base de l'ondelette la mieux appropriée au signal analysé [LAR 04]. Les conditions d'admissibilité de la fonction d'ondelette mère sont définies par les équations suivantes (Eq. AIII.4) :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \chi(t) dt = 0, \left| \hat{\chi}(\omega) \right|_{\omega=0}^2 = 0 \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\chi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (\text{Eq. AIII.4})$$

Cette dernière est dilatée par un paramètre d'échelle  $s$ , et translaté dans le temps par un facteur  $v$  (paramètre de temps). Le choix de l'échelle de la transformée en ondelettes dépend du caractère de l'ondelette analysante et de la taille du signal et de son échantillonnage. Le second critère primordial de choix de l'échelle est la bande fréquentielle analysée ainsi que la résolution fréquentielle de l'ondelette analysante. Dans l'Eq. A III.5, le facteur  $1/\sqrt{s}$  est introduit afin de normaliser l'ondelette comme suit :

$$\chi_{(v,s)}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \chi\left(\frac{t-v}{s}\right) \quad (\text{Eq. AIII.5})$$

La transformée en ondelettes d'une fonction  $x(t)$  (ou un signal expérimental) à l'échelle  $s$  et à la position  $v$  se calcule en corrélant  $x(t)$  avec l'ondelette correspondante (Eq. AIII.6).

$$T_x(s, v) = \langle x; \chi_{s,v} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \overline{\chi\left(\frac{t-v}{s}\right)} dt \quad (\text{Eq. AIII.6})$$

La notation  $\overline{f(t)}$  désigne la fonction complexe conjuguée de la fonction  $f(t)$  et l'opérateur mathématique (produit scalaire) suivant désigne  $\langle g; f \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \overline{f(t)} dt$ . La variable  $T_x(s, v)$  représente la projection de la fonction  $x(t)$  sur l'ondelette  $\chi_{s,v}$  qui n'est non nulle qu'au voisinage de l'instant  $v$  et de la fréquence centrale de  $\hat{\chi}_{s,v}$ . La transformée inverse s'écrit comme suit (Eq. AIII.7).

$$x(t) = \frac{1}{C_\chi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T_x(s, v) \chi_{s,v} \frac{ds}{s} \frac{dv}{v} \quad \text{avec} \quad C_\chi = \int_0^{+\infty} |\hat{\chi}(s\omega)|^2 \frac{ds}{s} \quad (\text{Eq. AIII.7})$$

L'utilisation de cette méthode d'identification demande également la connaissance de l'arête de la transformée en ondelettes. C'est une caractéristique facilement observable sur la projection à titre d'exemple d'un signal asymptotique dans l'espace temps-fréquence [HEL 05]. Il s'agit de l'ensemble des lieux des maxima du module de la transformée en ondelettes.

### Paramètres non linéaires

Le comportement dynamique d'une structure faiblement non linéaire se traduit par une dépendance de la fréquence et de l'amortissement à l'amplitude de vibration de la structure. Des mesures en sinus pas-à-pas peuvent être réalisées à amplitude de réponse constante, et ceci pour un ensemble d'amplitudes préalablement choisies. Pour chacune de ces mesures, une technique d'identification linéaire peut fournir les paramètres modaux associés à une amplitude concernée. On obtient finalement une description discrète du comportement non linéaire. L'inconvénient majeur de cette méthode résulte dans le temps de mesure nécessaire pour une quantité réduite d'informations. Plus récemment, une approche temps-fréquence en réponse libre a été développée [HEL 05]. Elle présente l'avantage de fournir une description quasi continue des paramètres à partir d'une seule mesure temporelle. Le principe de base est simple : il s'agit de traiter la réponse libre de la structure comme étant la réponse d'un oscillateur non linéaire à un seul degré de liberté. Cette décroissance de la réponse permet de « balayer » en une seule mesure toute une gamme d'amplitude. La méthode de la transformée en ondelettes du signal enregistré est ensuite utilisée pour identifier les fréquences et les amortissements instantanés.

## Effet de bord de l'arête de la transformée en ondelettes

Les effets de bord dépendent de la résolution fréquentielle de l'ondelette analysante. En effet, la largeur de la zone du plan temps-fréquence, distordue par l'effet de bord, varie en fonction de l'échelle. En pratique, les effets de bord se manifestent par des variations soudaines de l'arête de la transformée en ondelettes vers les bords du signal. Cette déformation de l'arête entraîne des irrégularités dans l'évolution des paramètres modaux équivalents. Pour éliminer cet effet de bord, une prolongation du signal au début et à la fin de la fenêtre temporelle est utilisée. Son efficacité dépend de la continuité à la fois temporelle et fréquentielle entre les signaux d'origine ajoutés. La continuité fréquentielle est assurée en utilisant un signal supplémentaire qui prend une forme harmonique dont la fréquence et l'amplitude sont égales à celles du signal d'origine au moment de leur connexion en respectant la continuité temporelle [HEL 05].

## Identification des paramètres modaux d'un oscillateur faiblement non linéaire

Considérons la réponse libre d'un système faiblement non linéaire qui s'exprime en termes d'amplitude et de phase par l'équation (Eq. AIII.8).

$$x(t) = B(t) \cos(\psi(t)) \quad (\text{Eq. AIII.8})$$

En supposant que cette réponse ait les propriétés d'un signal asymptotique, on peut lui associer sa forme analytique comme suit :

$$\phi_x(t) = x(t) + iH_x(t) = B(t) e^{i\psi(t)} \quad (\text{Eq. AIII.9})$$

avec  $H_x(t)$  représente la transformée de Hilbert de la fonction temporelle  $x(t)$  définie comme suit :  $H_x(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(v-t)}{v} dv$ . Dans le domaine fréquentiel, la transformée de Hilbert prend la forme :  $\hat{H}_x(\omega) = -i \operatorname{sgn}(\omega) \hat{x}(\omega)$ . La projection de ce signal dans l'espace temps-fréquence s'exprime par :

$$T_x(s, t) = \frac{\sqrt{s}}{2} B(t) \overline{\hat{\chi}(s\psi(t))} e^{i\psi(t)} = \frac{\sqrt{s}}{2} B(t) \overline{\hat{\chi}(s\omega_{d,e}(t))} e^{i\psi(t)} \quad (\text{Eq. AIII.10})$$

Dans le cas d'un système non linéaire, la fréquence propre n'est pas constante et l'arête du module de la transformée en ondelettes varie en fonction du temps. Les échelles de la transformée en ondelettes sont données par  $s(t) = \omega_0 / \omega_{d,e}(t) \neq \text{constante}$ , avec  $\omega_0$  la pulsation centrale de l'ondelette mère. La transformée en ondelettes s'écrit comme suit :

$$T_x(s, t) = \frac{\sqrt{s(t)}}{2} B(t) \overline{\hat{\chi}(s(t)\omega_{d,e}(t))} e^{i\psi(t)} = \frac{\sqrt{s(t)}}{2} B(t) \overline{\hat{\chi}(\omega_0)} e^{i\psi(t)} \quad (Eq. AIII.11)$$

sachant que  $A(t) = A(0)e^{-\zeta\omega_n t}$ ,  $A(0)$  est une constante qui dépend des conditions aux limites et de la pulsation propre. Conformément au système linéaire, l'argument est déterminé par la phase des vibrations. Ainsi, on obtient la fréquence propre équivalente comme étant la dérivée de la phase (Eq. AIII.12).

$$\text{Arg}[T_x(s(t), t)] = \psi(t) \Rightarrow \omega_{d,e} = \frac{\psi(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \text{Arg}[T_x(s(t), t)] \quad (Eq. AIII.12)$$

Le module de la transformée en ondelettes dépend uniquement de l'amplitude (Eq. AIII.13). En considérant le logarithme népérien de l'équation précédente (Eq. AIII.14), on remarque que cette expression dépend de l'amortissement équivalent dont l'équation est reportée en (Eq. AIII.15).

$$|T_x(s, t)| \approx \frac{\sqrt{s(t)}}{2} B(t) |\overline{\hat{\chi}(\omega_0)}| = \frac{\sqrt{s(t)}}{2} B(t) \quad (Eq. AIII.13)$$

$$\frac{dB(t)}{dt} = -\omega_0 B(t) \zeta_e(B(t)) \Rightarrow \frac{d \ln(B(t))}{dt} = -\omega_0 \zeta_e(B(t)) \quad (Eq. AIII.14)$$

$$\zeta_e(B(t)) = -\frac{1}{\omega_0} \frac{d \ln(B(t))}{dt} = -\frac{1}{\omega_0} \ln \left( \frac{2}{\sqrt{B(t)}} |T_x(s(t), t)| \right) \quad (Eq. AIII.15)$$

L'utilisation de la dernière équation est conditionnée par la connaissance de la fréquence propre linéaire non-amortie. Le squelette de la transformée en ondelettes permet d'identifier à chaque instant la fréquence propre et l'amortissement instantanés d'un signal en vitesse de vibration en fonction du temps. Les évolutions des paramètres modaux équivalents en fonction de l'amplitude de vibration sont ensuite relevées à partir des évolutions temporelles en leur associant l'amplitude à chaque instant  $t$  (Eq. AIII.16).

$$B(t), \omega_{d,e}(t) \Rightarrow \omega_{d,e}(B(t)) \text{ et } B(t), \zeta_e(t) \Rightarrow \zeta_e(B(t)) \quad (Eq. AIII.16)$$

L'amplitude  $B(t)$  est fournie par une des méthodes de reconstitution du signal à partir des coefficients de la transformée en ondelettes.

## Reconstitution du signal

L'arête de la transformée en ondelettes permet de reconstituer un signal asymptotique. Cependant, le signal temporel peut être reconstitué directement en utilisant la définition de la

transformée en ondelettes d'un signal asymptotique qui s'exprime par cette expression (Eq. AIII.17), connue par la formule de reconstitution temporel.

$$x(t) = \Re \left( Z_x(t) \right) = \frac{2}{\sqrt{B(t)}} \Re \left( T_x(s(t), t) \right) \quad (\text{Eq. AIII.17})$$

En termes d'amplitude et de phase, l'équation (Eq. AIII.17) se réécrit par l'équation (Eq. AIII.18).

$$\begin{aligned} x(t) = B(t) \cos(\psi(t)) &\Rightarrow B(t) = \frac{2}{\sqrt{B(t)}} |T_x(s(t), t)| \\ \psi(t) = \frac{2}{\sqrt{B(t)}} \arg(T_x(s(t), t)) \end{aligned} \quad (\text{Eq. AIII.18})$$

La deuxième approche est fondée sur la reconstitution du spectre fréquentiel du signal. Le signal temporel est calculé en appliquant la transformée de Fourier inverse au signal fréquentiel. A partir de l'expression de l'arête de la transformée en ondelettes dans le domaine fréquentiel (Eq. AIII.19), la formule de reconstitution fréquentielle est établie (Eq. AIII.20). L'amplitude et la phase sont données par les expressions (Eq. AIII.21) et (Eq. AIII.22).

$$T_x(s, \omega) = \frac{\sqrt{s}}{2} \hat{Z}_x \hat{\chi}(s\omega) \quad (\text{Eq. AIII.19})$$

$$x(t) = \frac{2}{\sqrt{s(t)}} \Re \left( F_{T_x(s, \omega)/\hat{\chi}(s\omega)}^{-1} \right) = B(t) \cos(\psi(t)) \quad (\text{Eq. AIII.20})$$

$$\Rightarrow B(t) = \frac{2}{\sqrt{s(t)}} \left| F_{T_x(s, \omega)/\hat{\chi}(s\omega)}^{-1} \right| \quad (\text{Eq. AIII.21})$$

$$\Rightarrow \psi(t) = \frac{2}{\sqrt{B(t)}} \arg \left( F_{T_x(s, \omega)/\hat{\chi}(s\omega)}^{-1} \right) \quad (\text{Eq. AIII.22})$$

Les effets de bord sont moins prononcés avec la méthode de reconstitution fréquentielle que la méthode temporelle. Ceci signifie que la méthode fréquentielle est plus efficace.

### Identification des paramètres modaux équivalents des systèmes non linéaires par la méthode de transformée en ondelettes

Considérons l'équation du mouvement général qui décrit la vibration d'un oscillateur libre avec la présence d'un terme non linéaire (Eq. AIII.23).

$$m\ddot{x}(t) + \mathcal{G}f(x(t), \dot{x}(t)) + kx(t) = 0 \quad (\text{Eq. AIII.23})$$



Avec  $m$  la masse du système,  $k$  la raideur du système,  $\vartheta$  le paramètre qui exprime l'hypothèse de la faible non-linéarité,  $f(x(t), \dot{x}(t))$  une fonction générale non linéaire qui dépend de  $x(t)$  et  $\dot{x}(t)$ , le point désigne la dérivée par rapport au temps. Dans le cas où le paramètre de non-linéarité tend vers zéro, la solution de l'équation (Eq. AIII.24) est purement harmonique à amplitude  $B$  et fréquence  $\omega_{n,lin}$  constantes  $x(t) = B \cos(\psi) = B \cos(\omega_{n,lin}t + \varphi)$ . Le paramètre  $\vartheta$  entraîne la variation de l'amplitude et de la fréquence des vibrations. Afin de résoudre ce problème de vibration libre d'un système non linéaire décrit par l'équation (Eq. AIII.23), un certain nombre d'hypothèses peut être considéré. Selon la méthode asymptotique, la solution est aussi une fonction de  $\vartheta$  qui peut être exprimée sous la forme suivante (Eq. AIII.24)

$$x(t) = B \cos(\psi(t)) + \vartheta x_1(B, \psi) + \vartheta^2 x_2(B, \psi) + \dots \quad (Eq. AIII.24)$$

Les paramètres  $x_1$  et  $x_2$  sont des fonctions périodiques en fonction de la phase  $\psi$  sans tenir compte du premier harmonique. La forme proposée pour  $x_1(B, \psi)$  est la suivante :

$$x_1(B, \psi) = X_0(B) + \sum_{n=2}^N X_n^i(B) \sin(n\psi) + X_n^r(B) \cos(n\psi) \quad (Eq. AIII.25)$$

L'expression de l'amplitude et de la phase temporelles constitue la solution des équations suivantes (Eq. AIII.26) et (Eq. AIII.27) :

$$\frac{dB}{dt} = \vartheta H_1(B) + \vartheta^2 H_2(B) + \vartheta^3 H_3(B) + \dots \quad (Eq. AIII.26)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{n,lin} + \vartheta G_1(B) + \vartheta^2 G_2(B) + \vartheta^3 G_3(B) + \dots \quad (Eq. AIII.27)$$

Par la suite, ces paramètres sont développés uniquement à l'ordre un qui ne satisfait que les membres non linéaires d'ordre  $\vartheta^1$ . Le déplacement, la vitesse et l'accélération sont alors donnés par les expressions subséquentes (Eq. AIII.28, Eq. AIII.29 et Eq. AIII.30):

$$x(t) = B \cos(\psi) + \vartheta x_1(B, \psi) \quad (Eq. AIII.28)$$

$$\dot{x}(t) = -\omega_{n,lin} B \sin(\psi) + \vartheta \left( H(B) \cos(\vartheta) - G(B) B \sin(\psi) + \omega_{n,lin} \frac{\partial x_1(B, \psi)}{\partial \psi} \right) \quad (Eq. AIII.29)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega_{n,lin}^2 B \cos(\psi) + \dots$$

$$\dots \mathcal{G} \left( 2\omega_{n,lin} H(B) \sin(\mathcal{G}) - 2\omega_{n,lin} G(B) B \cos(\psi) + \omega_{n,lin}^2 \frac{\partial^2 x_1(B, \psi)}{\partial \psi^2} \right) \quad (Eq. AIII.30)$$

Le membre non linéaire de l'équation de mouvement correspondant à la solution approchée du premier d'ordre s'écrit sous cette forme (Eq. AIII.31) :

$$\mathcal{G} f(x(t), \dot{x}(t)) = \mathcal{G} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \quad (Eq. AIII.31)$$

L'insertion de l'expression du déplacement, de l'accélération et du membre non linéaire relative à la solution approchée du premier ordre dans l'équation de mouvement donne (Eq. AIII.32).

$$\frac{\partial^2 x_1(B, \psi)}{\partial \psi^2} + x_1(B, \psi) = \frac{2H(B)}{\omega_{n,lin}} \sin(\psi) + \frac{2BG(B)}{\omega_{n,lin}} \cos(\psi) - \dots$$

$$\dots \frac{1}{k} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \quad (Eq. AIII.32)$$

La périodicité de la solution conduit à exprimer la fonction non linéaire sous forme d'une série de Fourier (Eq. AIII.33).

$$\frac{\partial^2 x_1(B, \psi)}{\partial \psi^2} + x_1(B, \psi) = \frac{2H(B)}{\omega_{n,lin}} \sin(\psi) + \frac{2BG(B)}{\omega_{n,lin}} \cos(\psi) - \dots$$

$$\dots \frac{1}{k} f \left( D_0(B) + \sum_{n=1}^N D_n^i \sin(n\psi) + D_n^r \cos(n\psi) \right) \quad (Eq. AIII.33)$$

On note que  $D_0$ ,  $D_n^i$  et  $D_n^r$  sont les coefficient de Fourier définies comme suit (Eq. AIII.34) :

$$D_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) d\psi$$

$$D_n^i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \sin(n\psi) d\psi \quad n = 1 \dots N$$

$$D_n^r = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \cos(n\psi) d\psi \quad n = 1 \dots N \quad (Eq. AIII.34)$$

En remplaçant  $x_i$  dans l'équation de mouvement par sa forme supposée, on aboutit à l'équation suivante (Eq. AIII.35).

$$\begin{aligned}
X_0(B) + (1-n^2) \sum_{n=2}^N X_n^i(B) \sin(n\psi) + X_n^r(B) \sin(n\psi) = \dots \\
\frac{2H(B)}{\omega_{n,lin}} \sin(\psi) + \frac{2BG(B)}{\omega_{n,lin}} \cos(\psi) - \dots \\
\dots \frac{1}{k} f \left( D_0(B) + \sum_{n=1}^N D_n^i \sin(n\psi) + D_n^r \cos(n\psi) \right) = 0
\end{aligned} \tag{Eq. AIII.35}$$

Afin de satisfaire cette équation, il est nécessaire d'équilibrer les membres correspondants aux mêmes harmoniques. L'équilibre harmonique du premier ordre permet d'obtenir les variables  $H(B)$  et  $G(B)$ .

$$\frac{2H(B)}{\omega_{n,lin}} \sin(\psi) + \frac{2BG(B)}{\omega_{n,lin}} \cos(\psi) - \frac{1}{k} (D_1^i \sin(\psi) + D_1^r \cos(\psi)) = 0 \tag{Eq. AIII.36}$$



$$H(B) = \frac{\omega_{n,lin}}{2k} D_1^i = \frac{w_0}{2\pi k} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \sin(\psi) d\psi \tag{Eq. AIII.37}$$

$$G(B) = \frac{\omega_{n,lin}}{2kB} D_1^r = \frac{\omega_{n,lin}}{2\pi kB} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \cos(\psi) d\psi \tag{Eq. AIII.38}$$

La comparaison des membres appartenant aux autres harmoniques donne directement l'expression de la fonction  $x_1(B, \psi)$ . La composante du mouvement permet d'exprimer l'effet de la non linéaire. La méthode asymptotique permet d'exprimer la solution approchée du premier ordre d'un système non linéaire (Eq. AIII.39).

$$x(t) = B \cos(\psi) - \mathcal{G} f \left( \frac{1}{k} D_0(B) + \frac{1}{k} \sum_{n=2}^N \frac{D_n^i \sin(n\psi) + D_n^r \cos(n\psi)}{n^2 - 1} \right) \tag{Eq. AIII.39}$$

Les évolutions approchées des variations de l'amplitude et de la phase peuvent également être évaluées grâce aux équations (Eq. AIII.40) et (Eq. AIII.41).

$$\frac{dB}{dt} = \mathcal{G} \left( \frac{\omega_{n,lin}}{2k\pi} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \sin(\psi) d\psi \right) \tag{Eq. AIII.40}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{n,lin} + \mathcal{G} \left( \frac{\omega_{n,lin}}{2k\pi B} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \cos(\psi) d\psi \right) \tag{Eq. AIII.41}$$

La méthode de linéarisation équivalente est utilisée afin d'introduire la notion de raideur et d'amortissement équivalents. Cette méthode repose sur la réduction de la solution en se limitant

à son premier harmonique. Dans ce cas, le déplacement, la variation d'amplitude et celle de la phase satisfont ces équations (Eq. AIII.42).

$$x(t) = B \cos(\psi), \quad \frac{dB}{dt} = \mathcal{G}H(B), \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_{n,lin} + \mathcal{G}G(B) \quad (\text{Eq. AIII.42})$$

L'équilibre harmonique du premier ordre, défini par l'équation (Eq. AIII.42), peut être réécrit en termes de déplacement et de sa dérivée par l'équation (Eq. AIII.43).

$$\frac{2kH(B)}{\omega_{n,lin}} \sin(\psi) + \frac{2kBG(B)}{\omega_{n,lin}} \cos(\psi) - (D_1^i \sin(\psi) + D_1^r \cos(\psi)) = 0 \quad (\text{Eq. AIII.43})$$

$$-b_e(B) \dot{x}(t) + k_e(B) x(t) - (D_1^i \sin(\psi) + D_1^r \cos(\psi)) = 0 \quad (\text{Eq. AIII.44})$$

Le paramètre d'amortissement équivalent  $b_e(B)$  et le paramètre de raideur équivalente  $k_e(B)$  sont déterminés en satisfaisant l'équation (Eq. AIII.45).

$$b_e(B) = -\frac{2kH(B)}{\omega_{n,lin}^2 B} = -\frac{1}{\omega_{n,lin} \pi B} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \sin(\psi) d\psi \quad (\text{Eq. AIII.45})$$

$$k_e(B) = \frac{2kG(B)}{\omega_{n,lin}} = \frac{1}{\omega_{n,lin} \pi B} \int_0^{2\pi} f(B \cos(\psi), -\omega_{n,lin} B \sin(\psi)) \cos(\psi) d\psi \quad (\text{Eq. AIII.46})$$

L'équation non linéaire peut donc être remplacée par sa forme équivalente linéaire qui prend en compte uniquement le premier harmonique du mouvement. Les variations de l'amplitude et de la fréquence sont définies en fonction des paramètres équivalents.

$$m\ddot{x}(t) + \mathcal{G}b_e(B) \dot{x}(t) + (k + \mathcal{G}k_e(B)) x(t) = 0 \quad (\text{Eq. AIII.47})$$

$$\frac{dB}{dt} = -\mathcal{G} \frac{b_e(B)}{2m} B \quad (\text{Eq. AIII.48})$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{d,e} = \sqrt{\frac{k + \mathcal{G}k_e(B)}{m} - \frac{\mathcal{G}^2 b_e^2(B)}{4m^2}} \quad (\text{Eq. AIII.49})$$

$$\omega_{n,e} = \sqrt{\frac{k + \mathcal{G}k_e(B)}{m}} = \omega_{n,lin} \sqrt{1 + \frac{\mathcal{G}k_e(B)}{k}} \quad (\text{Eq. AIII.50})$$

En introduisant le coefficient d'amortissement équivalent  $\zeta_e(B) = \mathcal{G}b_e(B)/\sqrt{4km}$  et la fréquence propre équivalente, on obtient les variations de l'amplitude et de la fréquence propre

en fonction des paramètres modaux équivalents, définies par les équations suivantes (Eq. AIII.51, Eq. AIII.52 et Eq. AIII.53).

$$\ddot{x}(t) + 2\omega_{n,lin}\zeta_e(B)\dot{x}(t) + \omega_{n,e}^2(B)x(t) = 0 \quad (Eq. AIII.51)$$

$$\frac{dB}{dt} = -gB\omega_{n,lin}(B)\zeta_e(B) \quad (Eq. AIII.52)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{d,e} = \sqrt{\omega_{n,e}^2(B) - g^2\omega_{n,lin}^2\zeta_e^2(B)} \quad (Eq. AIII.53)$$

### Identification des paramètres modaux équivalents à partir de signaux en vitesse

Les équations d'identification présentées tout au long de cette annexe font appel à des signaux de déplacement. Par ailleurs, un vibromètre laser est utilisé pour enregistrer en vitesse l'amplitude de vibration de l'extrémité libre de la structure. Une relation entre la transformée en ondelettes du signal en déplacement et celui en vitesse est établie par une intégration par parties de l'équation (Eq. AIII.54).

$$T_x^\chi(s, v) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{x}(t) \overline{\chi\left(\frac{t-v}{s}\right)} dt \quad (Eq. AIII.54)$$

$$T_x^\chi(s, v) = \left[ \frac{1}{\sqrt{s}} x(t) \overline{\chi\left(\frac{t-v}{s}\right)} \right]_{-\infty}^{+\infty} - \frac{1}{s} \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \overline{\dot{\chi}\left(\frac{t-v}{s}\right)} dt \quad (Eq. AIII.55)$$

$$T_x^\chi(s, v) = \left[ \frac{1}{\sqrt{s}} x(t) \overline{\chi\left(\frac{t-v}{s}\right)} \right]_{-\infty}^{+\infty} - \frac{1}{s} T_x^{\dot{\chi}}(s, v) \quad (Eq. AIII.56)$$

Rappelons que l'ondelette de Morlet modifiée est utilisée comme ondelette mère. Cette ondelette satisfait les conditions d'admissibilité, ce qui implique que le terme qui précède l'intégrale dans l'équation (Eq. AIII.56) est nul. La transformée en ondelettes en vitesse est calculée par :

$$T_x^{\dot{\chi}}(s, t) = s T_x^\chi(s, t) \quad (Eq. AIII.57)$$

La dernière expression montre que la transformée en ondelettes de vitesse est proportionnelle à la transformée en ondelettes de déplacement effectuée en utilisant la dérivée de l'ondelette mère d'origine. Dans le cas d'un signal asymptotique, la transformée en ondelettes s'exprime comme suit:

$$T_x^{\dot{\chi}}(s, v) \approx \frac{1}{2\sqrt{s}} B(v) \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{\chi}\left(\frac{t-v}{s}\right) e^{i\psi(t)} dt \quad (Eq. AIII.58)$$

L'intégration par partie de cette expression en tenant compte des conditions d'admissibilité et en supposant que la variation du déplacement angulaire du signal est négligeable sur le petit support de l'ondelette permet d'établir la forme suivante :

$$T_x^{\dot{\chi}}(s, v) \approx \frac{is\dot{\psi}(t)}{2\sqrt{s}} B(v) \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\chi\left(\frac{t-v}{s}\right)} e^{i\psi(t)} dt \quad (Eq. AIII.59)$$

L'application du théorème de Parseval à l'expression (Eq. AIII.59), permet d'obtenir :

$$T_x^{\dot{\chi}}(s, t) \approx is\dot{\psi}(t) \frac{\sqrt{s}}{2} B(t) \overline{\hat{\chi}(s\dot{\psi}(t))} e^{i\psi(t)} \approx is\dot{\psi}(t) T_x^{\chi}(s, t) \quad (Eq. AIII.60)$$

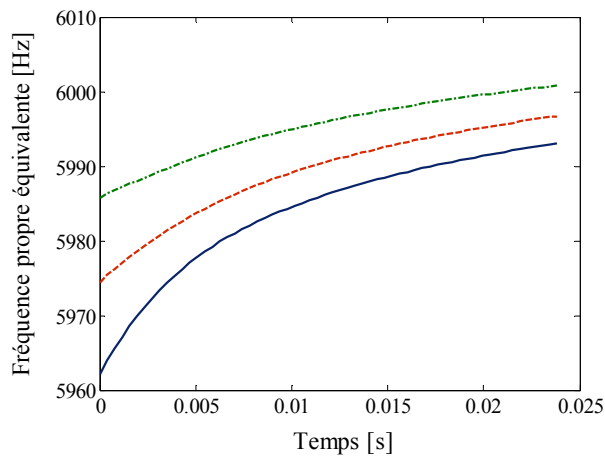
La combinaison de la dernière équation (Eq. AIII.60) avec l'équation (Eq. AIII.57) donne la formule de conversion entre la transformée en ondelettes de vitesse et celle de déplacement tout en gardant la même fonction mère de la transformée en ondelettes (Eq. AIII.61).

$$T_x^{\chi}(s, t) = \frac{1}{i\dot{\psi}(t)} T_x^{\dot{\chi}}(s, t) \quad (Eq. AIII.61)$$

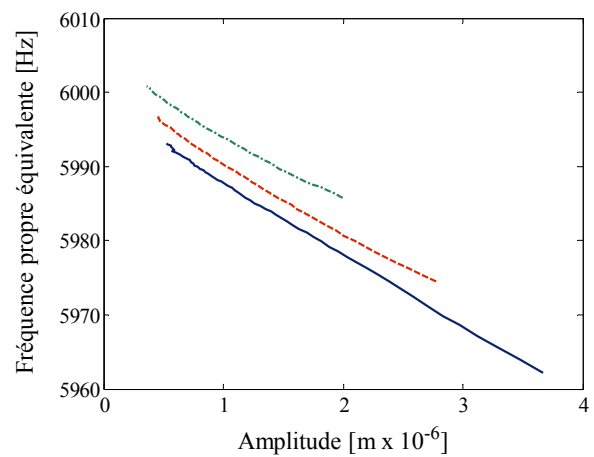
L'utilisation de cette équation nécessite la connaissance de la fréquence instantanée du signal, calculée par la dérivée de la phase de  $T_x^{\dot{\chi}}(s, v)$  comme en Eq. AIII.12. La même méthode que celle utilisée pour calculer les fréquences propres équivalentes d'un système faiblement non linéaire est alors employée.

## ANNEXE IV: COMPARAISON DES PARAMETRES MODAUX EQUIVALENTS IDENTIFIES

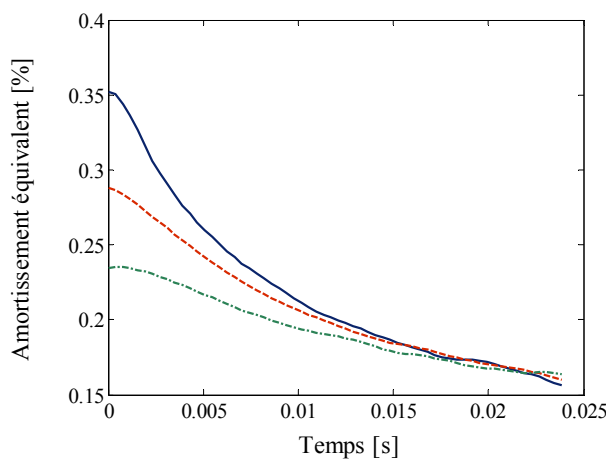
Dans cette annexe, nous souhaitons illustrer l'influence de l'excitation de base en sinus (première zone forcée de l'essai de lâcher dynamique) sur l'évolution des paramètres équivalents. La confrontation des paramètres équivalents ainsi identifiés par la méthode de la transformée en ondelettes est accomplie sous VP respectivement pour une excitation de base en sinus de 0,75, 1,5 et 3 V. On observe que les fréquences propres équivalentes sont plus élevées à faible excitation de base en sinus. Lorsque l'amplitude d'excitation en sinus passe de 0,75 à 1,5 V, cela produit une variation fréquentielle d'environ 10 Hz au début de l'essai de lâcher dynamique et une variation fréquentielle d'environ 5 Hz à la fin de l'essai de lâcher (Fig. AIV.1.a et Fig. AIV.1.b).



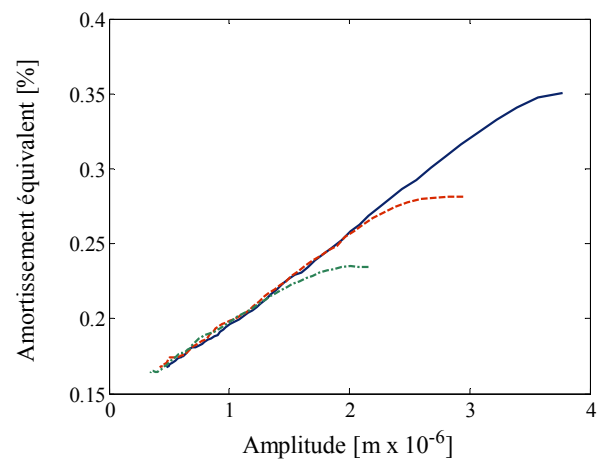
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. AIV.1 : Evolution des paramètres modaux équivalents sur une poutre en silicium  
(Excitation de base en sinus égale à 0,75 V (---), 1,5 V (---) et 3,0 V (—))

Cependant, même si cette variation fréquentielle est clairement visible dans les figures illustrées, elle reste négligeable par rapport aux valeurs des fréquences propres équivalentes (un rapport d'environ 0,17 %).

Il est également tout à fait visible que l'amplitude de vibration de l'extrémité libre de la structure en silicium est moins élevée quand l'amplitude d'excitation de base diminue. Ceci explique la courte évolution des fréquences propres équivalentes identifiées avec une excitation de base de 0,75  $V$  puis 1,5  $V$ . Les évolutions de l'amortissement identifiées pour une amplitude d'excitation de base en sinus de 3  $V$  se regroupent avec celles pour une amplitude de vibration de 1,5  $V$  à une valeur de l'amplitude de vibration de 2,2  $\mu m$ . Ces trois évolutions de l'amortissement se regroupent ensemble pour une valeur de l'amplitude de vibration de 1,35  $\mu m$ . Ce regroupement des amortissements se fait rapidement après un court palier d'amplitude de vibration, dû à l'effet transitoire entre le régime forcé et le régime libre. Ceci justifie l'efficacité de cette méthode de caractérisation fondée sur les essais de lâcher dynamique permettant de balayer toute une gamme d'amplitude de vibration et la méthode d'identification par une transformée en ondelettes.



## ANNEXE V: INTRODUCTION DE L'AMORTISSEMENT VISQUEUX EQUIVALENT

La vibration mécanique d'une poutre encastree sur un coté, par l'intermédiaire d'un système de serrage, et libre sur l'autre coté, suivant la direction verticale, engendre l'apparition d'une énergie dissipée sous effet joule. Cette dernière est due principalement au mécanisme de frottement qui apparaît dans les interfaces en contact à l'encastrement.

Le concept d'amortissement équivalent a été proposé pour la première fois par Jacobsen en 1930 [JAC 30] et égal au rapport de l'énergie dissipée par l'énergie totale introduite dans le système [THO 65, RAO 86 et PAR 04]. Considérant un système linéaire à 1ddl comme le montre la Fig. AV.1 (où  $K_t$ ,  $C$  et  $M$  sont respectivement la rigidité, l'amortissement et la masse), la dérivée de l'énergie dissipée en fonction du temps est donnée par l'Eq. AV.1 qui dépend d'un paramètre de vitesse est d'un paramètre de force.

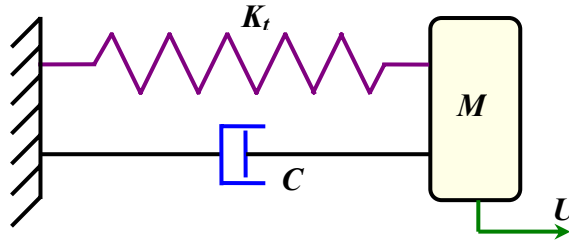


Fig. AV.1 : Système à un degré de liberté avec amortissement visqueux

$$\frac{d\Delta E}{dt} = F\dot{\vartheta} = -C\dot{\vartheta}^2 = -C\left(\frac{dU(t)}{dt}\right)^2 \quad \text{Eq. AV.1}$$

Dans ce cas, l'expression du mouvement harmonique du système est la suivante :

$$U(t) = U \sin(\omega t) \quad \text{Eq. AV.2}$$

où  $U$  est l'amplitude du mouvement et  $\omega$  est la pulsation d'excitation. L'énergie dissipée est ensuite donnée par :

$$\Delta E = \int_{t=0}^{2\pi/\omega} C \left( \frac{dU(t)}{dt} \right)^2 dt = \int_{t=0}^{2\pi} CU\omega \cos^2(\omega t) d(\omega t) = \pi\omega CU^2 \quad \text{Eq. AV.3}$$

Introduisant maintenant l'expression de l'amortissement réduit  $\xi_e$  :

$$\xi_e = \frac{C}{2M\Omega} \text{ et } \Omega = \sqrt{\frac{K_t}{M}} \quad \text{Eq. AV.4}$$

L'énergie de déformation est calculée en fonction de la raideur du système et du mouvement.

$$E_e = \frac{1}{2} K_l U^2 \quad \text{Eq. AV.5}$$

En développant l'Eq. AV.3, nous obtenons :

$$\Delta E = 2\pi\omega\xi_e M\Omega U^2 = 2\pi\xi_e \frac{\omega}{\Omega} K_l U^2 = 4\pi\xi_e \frac{\omega}{\Omega} E_e \quad \text{Eq. AV.6}$$

D'où on déduit :

$$\xi_e = \frac{\Omega\Delta E}{4\pi\omega E_e} \quad \text{Eq. AV.7}$$

# ANNEXE VI : INTRODUCTION DES EQUATIONS VARIATIONNELLES DE COUPLAGE PIEZOELECTRIQUE

## Equations variationnelles de couplage piézoélectrique : cas général

Les équations constitutives piézoélectriques peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\{T\} &= [c^E] \{S\} - [e]^T \{E\} \\ \{D\} &= [e] \{S\} - [\varepsilon^S] \{E\}\end{aligned}\tag{Eq. AVI.1}$$

où  $\{T\}$  représente le vecteur de contrainte,  $\{S\}$ , le vecteur de déformation,  $\{E\}$ , le champ électrique,  $\{D\}$ , le déplacement électrique,  $[c^E]$ , les coefficients élastiques à  $\{E\}$  constant,  $[\varepsilon^S]$ , les coefficients diélectriques à  $\{S\}$  constant, et  $[e]$ , les coefficients de couplage piézoélectrique.

Les équations dynamiques piézoélectriques peuvent être obtenues par le principe de Hamilton pour lequel le Lagrangien et le théorème des puissances virtuelles sont bien adaptés, afin d'inclure chacune des contributions électrique et mécanique [ALL 70, LER 90, TZO 90 et MOI 06]. La densité de l'énergie potentielle d'un matériau piézoélectrique dépend de l'énergie de déformation et de l'énergie électrostatique [TIE 67].

Les équations de couplage piézoélectrique sont obtenues à partir du principe de Hamilton qui s'écrit sous la forme [GER 96]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (L + W) dt = 0\tag{Eq. AVI.2}$$

où  $t_1$  et  $t_2$  définissent l'intervalle de temps,  $L$  le Lagrangien et  $W$  la puissance virtuelle des forces mécaniques extérieures et des sollicitations électriques de surface.

Le Lagrangien  $L$  est défini par la somme de l'énergie cinétique  $J$  et de l'enthalpie électrique  $H$  (piézoélectricité linéaire). La densité de l'enthalpie électrique  $H$  est donnée par l'expression suivante :

$$H = U - E_i D_i\tag{Eq. AVI.3}$$

En considérant la théorie de la piézoélectricité, la densité de l'enthalpie électrique  $H$  s'écrit telle que ([IEEE 87]) :

$$H = \frac{1}{2} c_{ijkl}^E S_{ij} S_{kl} - e_{kij} E_k S_{ij} - \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^S E_i E_j\tag{Eq. AVI.4}$$

où  $c_{ijkl}$ ,  $e_{kij}$  et  $\varepsilon_{ij}^S$  sont respectivement les constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques.

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \frac{1}{2} \rho \{\dot{\mathbf{u}}\}^T \{\dot{\mathbf{u}}\} \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{2} \left[ \{S^T\} \{T\} - \{E^T\} \{D\} \right] \\ \mathbf{L} &= \int_V (\mathbf{J} - \mathbf{H}) dV = \int_V \left[ \frac{1}{2} \rho \{\dot{\mathbf{u}}\}^T \{\dot{\mathbf{u}}\} - \frac{1}{2} \left[ \{S^T\} \{T\} - \{E^T\} \{D\} \right] \right] dV \end{aligned} \quad \text{Eq. AVI.5}$$

où  $\{\dot{\mathbf{u}}\}$  est le vecteur de champ de vitesse et  $\rho$  la masse volumique.

Les conditions aux limites de Dirichlet sont données par le champ de déplacement sur  $\Omega_3$  ou le potentiel électrique sur  $\Omega_4$ , les conditions de Neumann correspondant elles à une force ou une charge imposées en surface (dans le dernier, celle-ci est alors iso-potentielle par définition). La puissance virtuelle donnée par les forces mécaniques extérieures et par les charges électriques appliquées pour une variation arbitraire du champ de déplacement  $\{\delta \mathbf{u}\}$  et du potentiel électrique  $\delta v$ , tout en respectant les conditions aux limites ( $\{\delta \mathbf{u}\} = 0$  sur  $\Omega_3$  et  $\delta v = 0$  sur  $\Omega_4$ ), est la suivante :

$$\delta \mathbf{W} = \int_V \{\delta \mathbf{u}\}^T \{F_V\} dV + \int_{\Omega_1} \{\delta \mathbf{u}\}^T \{F_S\} d\Omega + \{\delta \mathbf{u}\}^T \{F_P\} - \int_{\Omega_2} \delta v \chi d\Omega - \delta v \psi \quad \text{Eq. AVI.6}$$

où  $\{F_V\}$  est la force volumique appliquée,  $\{F_S\}$ , la force surfacique appliquée (défini sur  $\Omega_1$ ),  $\{F_P\}$ , la force ponctuelle appliquée,  $v$ , le potentiel électrique,  $\chi$ , la charge surfacique sur  $\Omega_2$ ,  $\psi$ , la charge électrique appliquée. En intégrant par partie la variation de l'énergie cinétique  $\rho \{\delta \dot{\mathbf{u}}\}^T \{\dot{\mathbf{u}}\}$  dans l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$ , on obtient :

$$\int_{t_1}^{t_2} \rho \{\delta \dot{\mathbf{u}}\}^T \{\dot{\mathbf{u}}\} dt = \left[ \rho \{\delta \mathbf{u}\}^T \{\dot{\mathbf{u}}\} \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \rho \{\delta \mathbf{u}\}^T \{\ddot{\mathbf{u}}\} dt \quad \text{Eq. AVI.7}$$

Dans cette expression, le premier terme est nul, et  $\{\delta \mathbf{u}\}$  est égal à zéro quand  $t = t_1$  et  $t = t_2$ . En prenant en compte les différentes équations établies et substituant le Lagrangien et la puissance virtuelle dans le principe de Hamilton, on obtient :

$$\begin{aligned} 0 &= - \int_V \left[ \rho \{\delta \mathbf{u}\}^T \{\ddot{\mathbf{u}}\} - \{\delta S\}^T [c^E] \{S\} + \{\delta S\}^T [e]^T \{E\} \right. \\ &\quad \left. + \{\delta E\}^T [e] \{S\} + \{\delta E\}^T [\varepsilon^S] \{E\} + \{\delta \mathbf{u}\}^T \{F_V\} \right] dV \\ &\quad + \int_{\Omega_1} \{\delta \mathbf{u}\}^T \{F_S\} d\Omega + \{\delta \mathbf{u}\}^T \{F_P\} - \int_{\Omega_2} \delta v \chi d\Omega + \delta v \psi \end{aligned} \quad \text{Eq. AVI.8}$$

En considérant une formulation d'éléments finis, le champ de déplacement  $\{u\}$  et le potentiel électrique  $v$  sur un élément sont liés à leurs valeurs respectives  $\{u_i\}$  et  $\{v_i\}$  sur un nœud donné par l'intermédiaire les fonctions de forme  $[N_u]$  et  $[N_v]$  de façon suivante :

$$\begin{aligned}\{u\} &= [N_u] \{u_i\} \\ v &= [N_v] \{v_i\}\end{aligned}\tag{Eq. AVI.9}$$

Le champ de déformation  $\{S\}$  et le champ électrique  $\{E\}$  sont reliés aux déplacements nodaux et aux potentiels par les dérivés des fonctions de forme  $[B_u]$  et  $[B_v]$  définies comme suit :

$$\begin{aligned}\{S\} &= [D_m][N_u]\{u_i\} = [B_u]\{u_i\} \\ \{E\} &= -\nabla[N_v]\{v_i\} = -[B_v]\{v_i\}\end{aligned}\tag{Eq. AVI.10}$$

où  $\nabla$  est l'opérateur gradient et  $[D_m]$  l'opérateur dérivé défini comme  $\{S\}=[D_m]\{u\}$  [PIE 02], soit explicitement :

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \text{ et } [D_m] = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 & 0 \\ 0 & \partial_y & 0 \\ 0 & 0 & \partial_z \\ 0 & \partial_z & \partial_y \\ \partial_z & 0 & \partial_x \\ \partial_y & \partial_x & 0 \end{bmatrix}\tag{Eq. AVI.11}$$

On substituant l'Eq. AVI.13 et l'Eq. AVI.11 dans la forme variationnelle (Eq. AVI.10), on obtient ainsi les équations de couplage piézoélectriques suivantes pour un élément [PIE 02 et CRA 90] :

$$\begin{aligned}[M]\{\ddot{u}_i\} + [K_{uu}]\{u_i\} + [K_{u\phi}]\{v_i\} &= \{f_i\} \\ [K_{\phi u}]\{u_i\} + [K_{\phi\phi}]\{v_i\} &= \{g_i\}\end{aligned}\tag{Eq. AVI.12}$$

Les différentes matrices sont définies de la manière suivante :

$$\begin{aligned}[M] &= \int_V \rho [N_u]^T [N_u] dV \\ [K_{uu}] &= \int_V [B_u]^T [c^E] [B_u] dV \\ [K_{u\phi}] &= \int_V [B_u]^T [e]^T [B_\phi] dV \\ [K_{\phi\phi}] &= -\int_V [B_\phi]^T [\varepsilon] [B_\phi] dV \\ [K_{\phi u}] &= [K_{u\phi}]^T\end{aligned}\tag{Eq. AVI.13}$$

Ces matrices sont respectivement les matrices élémentaires de masse, de raideur, de couplage piézoélectrique et de rigidité électrique.

$$\begin{aligned} \{f_i\} &= \int_V [N_u]^T [P_b] dV + \int_{\Omega_1} [N_u]^T [P_s] d\Omega + [N_u]^T [P_c] \\ \{g_i\} &= - \int_{\Omega_2} [N_v]^T \chi d\Omega - [N_v]^T \psi \end{aligned} \quad \text{Eq. AVI.14}$$

sont respectivement la force mécanique extérieure et la charge électrique.

### Equations variationnelles de couplage piézoélectrique : cas d'un système masse-ressort-amortisseur

Dans le cas d'un système masse-ressort-amortisseur à un degré de liberté, le système matriciel présenté en Eq. AVI.14 devient un simple système d'équations différentielles tenant compte de l'amortissement et que l'on notera tout simplement comme suit :

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + K_{uu}^{eq} Y(t) + K_{u\phi} v(t) = F(t) \delta_i(t) \\ K_{\phi u} Y(t) + K_{\phi\phi} v(t) = Q \end{cases} \quad \text{Eq. AVI.15}$$

où les paramètres  $M$ ,  $C_{eq}$ ,  $K_{uu}^{eq}$ ,  $K_{u\phi}$ ,  $K_{\phi\phi}$  et  $Q$  sont respectivement la masse, l'amortissement, la raideur, le couplage piézoélectrique, la rigidité électrique et la charge électrique. Les paramètres de couplage piézoélectrique et de raideur électrique sont déterminés par les expressions respectives :

$$\begin{aligned} K_{u\phi} &= \frac{e_{33} \times A}{2h} \\ K_{\phi\phi} &= \frac{-\epsilon_{33} \times A \times L}{2h^2} \end{aligned} \quad \text{Eq. AVI.16}$$

où  $A$  représente la surface de l'élément piézoélectrique,  $h$  l'épaisseur de l'élément piézoélectrique,  $L$  la longueur de l'élément piézoélectrique,  $\epsilon_{33}$  la constante diélectrique en  $F.m^{-1}$  et  $e_{33}$  la constante piézoélectrique en  $C.m^{-2}$ . Lors du calcul numérique, ces valeurs sont égales à  $\epsilon_{33} \approx 20 \times 10^{-11} F.m^{-1}$ ,  $e_{33} \approx 2 C.m^{-2}$ ,  $A = 10^{-6} m^2$  et  $h = 5 \times 10^{-4} m$  (niobate de lithium).

### Dans les cas particuliers suivants :

- **Un circuit ouvert** : la charge électrique globale est nulle ( $Q = 0$ ). Le système d'équation devient :

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + K_{uu}^{eq} Y(t) + K_{u\phi} v(t) = F(t) \delta_i(t) \\ K_{\phi u} Y(t) + K_{\phi\phi} v(t) = Q \end{cases}$$

$\Downarrow$

*Eq. AVI.17*

$$M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + \left( K_{uu}^{eq} - \frac{K_{u\phi}^2}{K_{\phi\phi}} \right) Y(t) = F(t) \delta_i(t)$$

où  $Y(t)$  est le déplacement relatif de la masse.

- **Une connexion avec un condensateur  $C$**  : la charge électrique s'écrit comme suit ( $Q/C = v$ ) et le système d'équation devient :

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + K_{uu}^{eq} Y(t) + K_{u\phi} v(t) = F(t) \delta_i(t) \\ K_{\phi u} Y(t) + K_{\phi\phi} v(t) = Q(t) = Cv(t) \end{cases}$$

$\Downarrow$

*Eq. AVI.18*

$$M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + \left( K_{uu}^{eq} + \frac{K_{u\phi}^2}{C - K_{\phi\phi}} \right) Y(t) = F(t) \delta_i(t)$$

- **Une connexion avec une résistance  $R$**  : la charge électrique s'écrit comme suit ( $dQ/dt = I$ ), avec  $I$  l'intensité électrique. Sachant que  $R = v/I$ , le système d'équation devient comme suit :

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + C_{eq} \frac{dY(t)}{dt} + K_{uu}^{eq} Y(t) + K_{u\phi} v(t) = F(t) \delta_i(t) \\ K_{u\phi} \frac{dY(t)}{dt} + K_{\phi\phi} \frac{dv(t)}{dt} = \frac{v(t)}{R} \end{cases}$$

*Eq. AVI.19*





## **RESUMÉ : Contribution à la conception d'un microconvertisseur d'énergie mécanique vibratoire en énergie électrique**

Avec l'expansion du marché des appareils électroniques portables, des capteurs embarqués et la diminution conjointe de leur consommation d'énergie, l'idée de convertir l'énergie vibratoire, disponible en grande quantité dans notre environnement quotidien, en énergie électrique suscite un intérêt croissant. Le but de ce travail de recherche est de proposer des éléments d'aide à la conception d'une microgénératrice de courant efficace par récupération d'énergie vibratoire. Le principal objectif visé est la minimisation des pertes d'énergie quelle que soit leur nature. En premier lieu, une étude de l'effet de l'air libre sur la dynamique de poutres encastrées-libres en quartz, en silicium et en niobate de lithium est réalisée par deux méthodes expérimentales en dynamique (excitation aléatoire et lâcher dynamique). Différents niveaux de pression de l'air qui entoure la structure vibrante sont appliqués entre le vide primaire et la pression atmosphérique. On réalise que l'énergie dissipée par l'effet de l'air est secondaire par rapport à celle dissipée par le phénomène de microglissement au sein de l'encastrement. L'effet amortissant de ce microglissement est confirmé par un modèle d'éléments finis utilisant une loi de Coulomb régularisée. Une étude similaire (caractérisation expérimentale entre le vide secondaire et la pression atmosphérique) est alors réalisée sur des structures collées par trois procédés différents : avec une couche de SU8 de 5  $\mu\text{m}$ , de 1  $\mu\text{m}$  et avec de l'or compressé. L'ensemble de ces expériences a permis de fixer l'architecture du microconvertisseur et de déterminer l'assemblage le plus favorable à cette application. Le transfert d'énergie vibratoire à partir d'excitation par chocs est ensuite étudié en détail, par voie analytique et expérimentale. Enfin, une modélisation complète de la microgénératrice est proposée, permettant l'estimation de la puissance générée sous l'effet d'une contrainte mécanique de forme, d'amplitude et de fréquence données.

## **ABSTRACT: Contribution to the design of a microconverter of vibratory mechanical energy into electrical energy**

The market expansion of the moveable electronic instruments and their consumption reduction in terms of energy, promote the idea to convert mechanical vibratory energy, existing in great quantity in our environment, into electrical energy. The goal of this research work is the design of a current microgenerator, based on the harvesting of mechanical vibratory energy. In order to obtain a high efficiency of the microsystem, the energy losses need to be minimized. In this approach, a study of the airflow effect on the dynamic behaviour of clamped cantilever beams made of quartz, silicon and lithium niobate is carried out via two experimental methods in dynamics (random excitation and release dynamic test) at various pressure levels surrounding the vibrating structure between the primary vacuum and the atmospheric pressure. It turns out that the energy dissipated by the effect of surrounding air is secondary compared to the energy dissipated by the microsliding phenomenon. The latter is modelled by finite element analysis using a regularized Coulomb law to simulate friction effects. Thought, the dynamic study on assembled structures (a lithium niobate plate and a silicon beam) by adhesive material (SU8 epoxy resin of 5  $\mu\text{m}$  and 1  $\mu\text{m}$  and compressed gold) is performed between the secondary vacuum and the atmospheric pressure with dynamic release method. All the performed experiments and modelling made possible to choose a preferred architecture of the microconverter and to determine the most favourable assembly for the energy harvesting application. The capability of shock excitation regime to transfer mechanical energy from low to high frequency vibrating modes is investigated both theoretically and experimentally. Finally, a theoretical model is developed in order to describe the microconverter system in order to estimate the power generated under given mechanical excitation pressure, amplitude and frequency.